Campi Elettrici e magnetici costanti nel tempo

Le proprietà locali dei campi elettrici e magnetici costanti nel tempo sono descritte dalle seguenti quattro equazioni.

Prima equazione: **legge di Gauss**: $\Phi_{s.c.}(\vec{E}) = \frac{1}{\varepsilon_o} \cdot \sum_{i=1}^{n} q_i$

Il flusso del campo elettrico $\vec{E}$ attraverso una superficie chiusa è uguale alla somma algebrica delle cariche contenute all'interno della superficie diviso la costante dielettrica del vuoto ε_o.

Nella legge di Gauss è implicito che tutte le linee di un campo elettrico debbono iniziare e terminare su cariche elettriche. Per convenzione queste linee sono scelte con **inizio su cariche positive** e **termine su cariche negative**.

Seconda equazione: Esprime la legge di Gauss per il magnetismo la quale afferma quanto segue: Il **flusso del campo magnetico $\vec{B}$ attraverso una superficie chiusa è sempre nullo**. $\Phi_{s.c.}(\vec{B}) = 0$

Terza equazione: La terza equazione si identifica con la legge dell'induzione elettromagnetica di Faraday-Newmann-Lenz la quale stabilisce che un flusso magnetico variabile nel tempo genera una $f.e.m.$ indotta.

In simboli abbiamo: $\Gamma_{\ell.c.}(\vec{E}) = C_{\ell.c.}(\vec{E}) = -\frac{d\Phi_{s.c.}(\vec{B})}{dt} = -\frac{\Delta\Phi_{s.c.}(\vec{B})}{\Delta t} = \varepsilon = f_{em}$

la circuitazione del campo elettrico lungo un circuito è uguale al rapporto, cambiato di segno, tra la variazione del flusso del campo magnetico $\vec{B}$ concatenato col circuito e l'intervallo di tempo in cui è avvenuta tale variazione.

Quarta equazione: La quarta equazione si basa sulla **legge della circuitazione** di Ampere espressa dalla relazione $\boldsymbol{\Gamma_{\ell.c.}(\vec{B}) = C_{\ell.c.}(\vec{B}) = \mu_o \sum_{k=1}^{n} i_k}$

dove $\sum_{k=1}^{n} i_k$ rappresenta la somma algebrica di tutte le correnti concatenate con il cammino considerato.

Queste quattro equazioni, insieme alle due equazioni $\vec{F}_{el} = q \cdot \vec{E}$ $\quad \vec{f}_m = q \cdot \vec{v} \wedge \vec{B}$ ci permettono di risolvere tutti i problemi dell'elettromagnetismo.

Nel caso di campi elettrici e campi magnetici variabili nel tempo le cose diventano più complicate in quanto, vedremo in seguito, che non è possibile studiare il campo elettrico variabile ignorando il campo magnetico variabile e viceversa. Infatti quando i campi elettrico e magnetico variano nel tempo, ciascuno di essi produce l'altro con leggi perfettamente simmetriche.

Campi elettrici e magnetici variabili nel tempo

Abbiamo visto che un campo magnetico può essere creato o da una corrente elettrica o da una calamita. Sappiamo che una variazione di flusso magnetico genera un campo elettrico che segue la legge dell'induzione di Faraday-Neumann dell'induzione elettromagnetica Una variazione nel tempo del flusso del vettore $\vec{B}$ concatenato con un circuito genera in esso una corrente elettrica indotta.

$$C_{\ell.c.}\left(\vec{E}\right) = \Gamma_{\ell.c.}\left(\vec{E}\right) = f_{em} = -\frac{\Delta\Phi\left(\vec{B}\right)}{\Delta t} = -\frac{\Phi_f - \Phi_i}{\Delta t} = \frac{\Phi_i - \Phi_f}{\Delta t} = -\frac{d\,\Phi\left(\vec{B}\right)}{d\,t}$$

= forma elettromotrice indotta

Il campo elettrico $\vec{E}$ rappresenta il campo elettrico indotto in una spira chiusa quando facciamo variare il flusso $\Phi\left(\vec{B}\right)$ del campo magnetico $\vec{B}$ che attraversa la spira.

Nel 1873 il fisico scozzese Maxwell si pose la seguente domanda: la variazione del flusso del di un campo elettrico variabile $\vec{E}(t)$ può generare un campo magnetico $\vec{B}$?

La risposta fu positiva e la legge che governa questo fenomeno, detta legge della circuitazione di Ampere-Maxwell, è espressa dalla seguente relazione:

$$\Gamma_{\ell.c.}(\vec{B})=C_{\ell.c.}(\vec{B})=\mu_o i+\mu_o\varepsilon_o\cdot\frac{\Delta\Phi_S(\vec{E})}{\Delta t}=\mu_o i+\mu_o\varepsilon_o\cdot\frac{d\Phi_S(\vec{E})}{dt}=\mu_o\left(i+\varepsilon_o\cdot\frac{\Delta\Phi_S(\vec{E})}{\Delta t}\right)=\mu_o\left(i+\varepsilon_o\cdot\frac{d\Phi_S(\vec{E})}{dt}\right)$$

Il termine aggiunto $\varepsilon_o\cdot\frac{\Delta\Phi_S(\vec{E})}{\Delta t}$ ha le dimensioni di una corrente elettrica e poiché non vi è alcun moto di cariche elettriche prende il nome di corrente di spostamento e viene indicata col simbolo $i_s=\varepsilon_o\cdot\frac{\Delta\Phi_S(\vec{E})}{\Delta t}$

Possiamo concludere affermando che un campo magnetico può essere generato sia da una corrente i che fluisce in un conduttore si da una corrente di spostamento i_s. La legge della circuitazione di Ampere diventa la legge della circuitazione di Ampere-Maxwell, che assume la seguente forma:

$$\Gamma_{\ell.c.}(\vec{B})=C_{\ell.c.}(\vec{B})=\mu_o i+\mu_o\varepsilon_o\cdot\frac{\Delta\Phi_S(\vec{E})}{\Delta t}=\mu_o i+\mu_o i_s=\mu_o\left(i+i_s\right)$$

La grande utilità della corrente di spostamento di Maxwell consiste nell'affermare che un campo elettrico e un campo magnetico variabili nel tempo non possono esistere separatamente. La corrente di spostamento implica l'esistenza di un campo elettrico e di un campo magnetico variabili nel tempo senza che ci sia trasporto di cariche elettriche.

La corrente di spostamento

Calcoliamo la **corrente di spostamento** i_s nel caso di un condensatore piano. Quando ai capi di un condensatore piano è applicata una **f.e.m.** f_{em} continua, fra le sue armature non passa corrente e si ha soltanto una separazione di cariche che passano da una armatura all'altra.

[In realtà si ha un passaggio di corrente di spostamento per il tempo brevissimo della separazione delle cariche elettriche da una armatura all'altra] Se la **f.e.m.** è alternata lo spazio compreso tra le due armature è attraversato da una corrente di spostamento i_s consistente nella propagazione da una armatura all'altra di un campo elettromagnetico variabile nel tempo. Vogliamo dimostrare che la corrente di spostamento tra le due armature del condensatore vale: $\mathbf{i_s = \varepsilon_o \cdot \frac{d\Phi_S(\vec{E})}{dt}}$

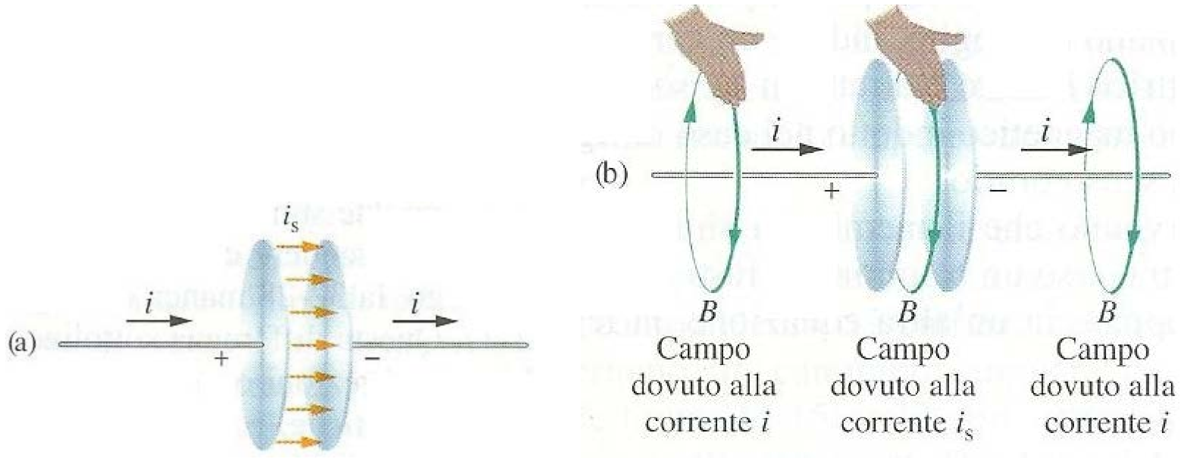
Se il condensatore è stato caricato mediante una **f.e.m.** continua il campo elettrico $\vec{E}$ tra le sue armature è uniforme ed il suo modulo vale: $E = \frac{\sigma}{\varepsilon_o} = \frac{q}{\varepsilon_o S}$ dove S è la superficie di ciascuna armatura e q è la carica del condensatore. $E = \frac{\sigma}{\varepsilon_o} = \frac{q}{\varepsilon_o S} \Rightarrow q = \varepsilon_o S E$

Quando colleghiamo le armature di un condensatore con un generatore di c.a. il campo elettrico $\vec{E}$ esistente tra le sue armature non è più uniforme in quanto la carica q posseduta dal condensatore varia al variare del tempo. Dunque, mentre il circuito è percorso dalla corrente alternata, la quantità di carica presente su ciascuna armatura cambia nel tempo e modifica il campo elettrico nello spazio compreso tra le due armature. Di conseguenza si ha una variazione del flusso $\Phi(\vec{E})$ del campo elettrico attraverso tutte quelle superfici che passano tra le due armature.

Possiamo scrivere: $q = q(t) = \varepsilon_o S E(t)$ $\qquad dq = \varepsilon_o \cdot d(SE)$

La corrente che attraversa lo spazio interno alle due armature del condensatore vale:

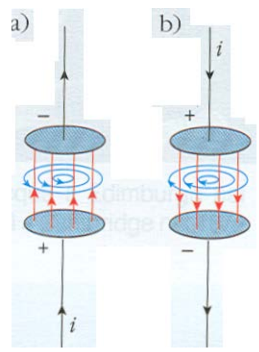
$$i = \frac{dq}{dt} = \varepsilon_o \cdot \frac{d(SE)}{dt} = \varepsilon_o \cdot \frac{d\Phi(\vec{E})}{dt} = i_s$$

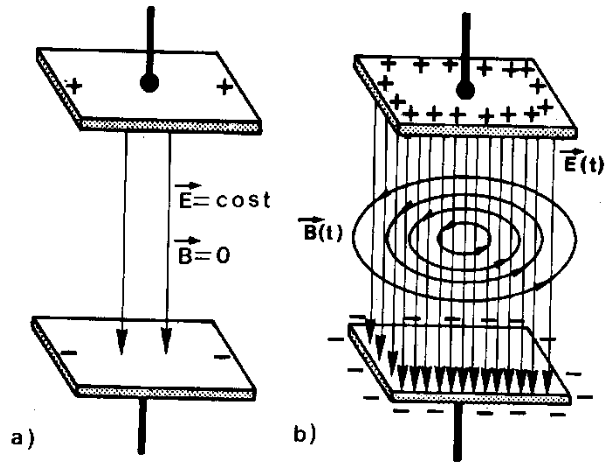


(a) Corrente di spostamento i_s tra le armature di un condensatore caricato da una corrente i.

(b) La regola della mano destra ci consente di trovare la direzione del campo magnetico $\vec{B}$ attorno ad un filo percorso da corrente reale (come a sinistra e a destra) e del campo magnetico $\vec{B}$ attorno alla corrente di spostamento (come al centro).

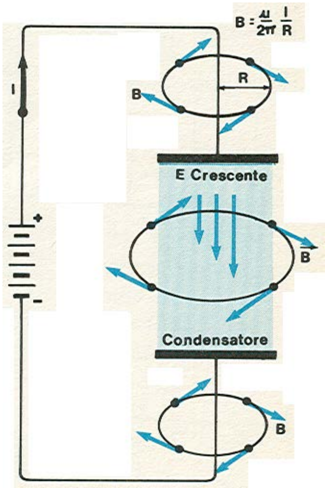
In base all'ipotesi di Maxwell, il campo elettrico variabile nel tempo presente fra le armature del condensatore genera un **campo magnetico indotto**. Le linee del campo magnetico sono mostrate nei due casi in cui il campo elettrico, d'intensità crescente, sia diretto **(a)** verso l'alto e (b) verso il basso



Ad un **campo elettrico** $\vec{E}$ **uniforme (a) non si accompagna la presenza di un campo magnetico** $\vec{B}$. Se invece il campo elettrico $\vec{E}=\vec{E}(t)$ varia nel tempo **(b)** si genera nello spazio compreso tra le due armature un campo magnetico $\vec{B}$.	

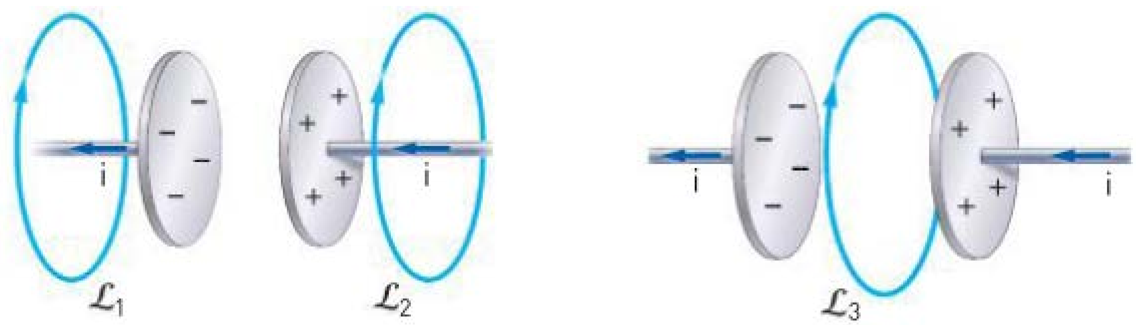
Ogni qual volta in una certa regione di spazio c'è un campo elettrico variabile nel tempo nasce in quella stessa zona di spazio un campo magnetico anch'esso variabile nel tempo. Maxwell riteneva che una variazione del campo elettrico $\vec{E}$ creasse una corrente di spostamento i_s il cui valore era: $\mathbf{i_s = \varepsilon_o \cdot \frac{d\Phi(\vec{E})}{dt}}$.

L'introduzione di questo nuovo concetto **(a)** permetteva di mantenere la nozione di continuità della corrente in un circuito, anche in presenza di un condensatore **(b)** e stabiliva che un campo magnetico può essere prodotto non solo da una **corrente elettrica** (intesa come flusso ordinato di cariche elettriche) ma anche da un campo elettrico variabile



Il termine mancante

Consideriamo un condensatore che si sta caricando perché nei fili collegati ad esso fluisce una corrente elettrica i. Confrontiamo le circuitazioni del campo magnetico calcolate lungo percorsi diversi.



Per la legge di Ampère, le circuitazioni calcolate lungo le linee chiuse L_1 e L_2 valgono $\mu_o i$, perché entrambi i cammini hanno i come corrente totale concatenata.

Con la linea chiusa L_3, invece, non è concatenata alcuna corrente elettrica. Quindi la circuitazione del campo magnetico lungo il cammino L_3 è uguale a zero.

Applicando la legge di Ampere, la circuitazione del campo magnetico $\vec{B}$ deve diventare improvvisamente uguale a zero all'interno del condensatore. Per evitare questo risultato Maxwell corresse la legge di Ampere scrivendo:

$$\boldsymbol{\Gamma}_{\ell.c.}(\vec{\mathbf{B}})=\mathbf{C}_{\ell.c.}(\vec{\mathbf{B}})=\boldsymbol{\mu}_o\left(\mathbf{i}+\mathbf{i}_s\right)=\boldsymbol{\mu}_o\left(\mathbf{i}+\boldsymbol{\varepsilon}_o\cdot\frac{\Delta\boldsymbol{\Phi}_S(\vec{\mathbf{E}})}{\Delta\mathbf{t}}\right)$$

dove il flusso del campo elettrico è calcolato attraverso una superficie che ha come contorno il cammino lungo il quale si calcola la circuitazione. Con questa modifica anche la circuitazione lungo il cammino L_3 ha lo stesso valore di quella lungo i cammini L_1 e L_2.

Quindi un campo magnetico può essere generato da. • correnti elettriche • campi elettrici variabili.

Abbiamo visto che il termine aggiunto $i_s=\varepsilon_o\cdot\frac{\Delta\Phi\left(\vec{E}\right)}{\Delta t}$ prende il nome di **corrente di spostamento**. Tuttavia bisogna fare attenzione che non si tratta di una corrente elettrica reale di conduzione, perché nello spazio tra le armature non c'è passaggio di cariche elettriche, ma è presente una grandezza fisica in grado di generare un campo magnetico alla stregua di una corrente elettrica i, della quale ha anche le dimensioni. L'ipotesi di Maxwell consiste nell'affermare che le correnti di spostamento creano campi magnetici con la stesa legge delle correnti di conduzione. Estendendo la validità della legge di Biot-Savart alla corrente di spostamento abbiamo:

$$B=\frac{\mu_o}{2\pi}\cdot\frac{i_s}{r}=\frac{\varepsilon_o\,\mu_o}{2\pi r}\cdot\frac{\Delta\Phi\left(\vec{E}\right)}{\Delta t}$$

Le equazioni di Maxwell

Le proprietà del campo elettrico e del campo magnetico possono essere sintetizzate nelle seguenti quattro leggi fondamentali.

Prima equazione di Maxwell

Prima legge: Teorema di Gauss per il campo elettrico. Il flusso del campo elettrico $\vec{E}$ uscente da una superficie chiusa è uguale alla carica contenuta all'interno della superficie divisa per la costante dielettrica ε_o. Le cariche $\mathbf{q}$ sono sorgenti del campo elettrico $\vec{E}$. $\Phi_{s.c.}(\vec{E}) = \frac{q}{\varepsilon_o}$

Seconda equazione di Maxwell

Seconda legge: Legge dell'induzione elettromagnetica di Faraday-Neumann o teorema per la circuitazione del campo elettrico $\vec{E}$.

La circuitazione del campo elettrico $\vec{E}$ lungo una linea chiusa è uguale al rapporto, cambiato di segno, fra la variazione $\Delta\Phi(\vec{B})$ del flusso del campo magnetico $\vec{B}$ concatenato col percorso considerato e l'intervallo di tempo Δt in cui avviene la variazione. $\Gamma_{\ell.c.}(\vec{E}) = C_{\ell.c.}(\vec{E}) = -\frac{\Delta\Phi(\vec{B})}{\Delta t} = \varepsilon = f_{em}$

- Un flusso magnetico variabile attraverso la superficie di un circuito genera una corrente indotta
- Un campo magnetico variabile è sorgente di un campo elettrico

Terza equazione di Maxwell

Terza legge: Teorema di Gauss per il campo magnetico. Il flusso del campo magnetico $\vec{B}$ uscente da una superficie chiusa è sempre nullo: $\Phi_{s.c.}(\vec{B}) = 0$

Non esistono poli magnetici isolati, cioè non esistono monopoli magnetici.

Quarta equazione di Maxwell

Quarta legge: Legge di Ampere-Maxwell o teorema della circuitazione per il campo magnetico. La circuitazione del campo magnetico $\vec{B}$ lungo una linea chiusa è uguale al prodotto della permeabilità magnetica μ_o del vuoto per la somma della corrente di conduzione e della corrente di spostamento che attraversa una qualsiasi superficie avente come contorno la linea considerata.

$$\Gamma_{\ell.c.}(\vec{B}) = C_{\ell.c.}(\vec{B}) = \mu_o (i + i_s) = \mu_o \left(i + \varepsilon_o \cdot \frac{\Delta \Phi_S(\vec{E})}{\Delta t} \right)$$

Le sorgenti del campo magnetico sono:

- le correnti elettriche **i** (primo addendo)
- i campi elettrici variabili (secondo addendo)

Le equazioni di Maxwell in forma elementare

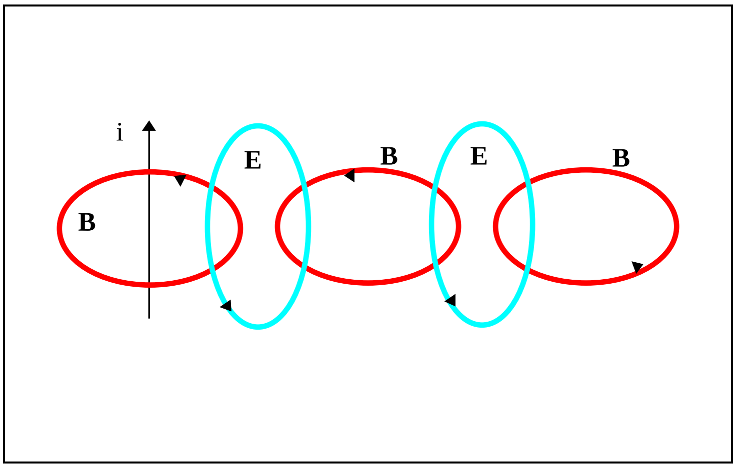
I	$\Phi_{s.c.}(\vec{E}) = \frac{q}{\varepsilon_o}$	**Legge di Gauss per il campo elettrico**
II	$\Phi_{s.c.}(\vec{B}) = \frac{q}{\varepsilon_o}$	**Legge di Gauss per il campo magnetico**
III	$\Gamma_{\ell.c.}(\vec{E}) = C_{\ell.c.}(\vec{E}) = -\frac{\Delta \Phi(\vec{B})}{\Delta t} = \varepsilon = f_{em}$	Legge di **Faraday-Newmann**
IV	$\Gamma_{\ell.c.}(\vec{B}) = C_{\ell.c.}(\vec{B}) = \mu_o (i + i_s) = \mu_o \left(i + \varepsilon_o \cdot \frac{\Delta \Phi_S(\vec{E})}{\Delta t} \right)$	Legge di **Ampère-Maxwell**

Natura delle onde elettromagnetiche

Una volta capito il contenuto delle equazioni di Maxwell, la natura della **onde elettromagnetiche** diviene più chiara. **Campi elettrici variabili nel tempo** muovendosi nello spazio generano dei campi magnetici anch'essi variabili nel tempo. Questi campi magnetici variabili a loro volta producono campi elettrici.

Pertanto anche nelle regioni dello spazio nelle quali non vi sono cariche e non vi sono magneti e non vi è alcuna corrente reale, possono esistere onde elettromagnetiche.

Avviene continuamente che campi elettrici variabili generano campi magnetici e questi a loro volta generano campi elettrici. Col trascorrere del tempo l'**intero pacchetto di campi elettrici e magnetici** si muove continuamente attraverso lo spazio in quanto ogni campo generato si trova in una regione diversa da quella del campo variabile che l'ha generato. Perciò l'energia dei campi elettrico e magnetico è trasportata attraverso lo spazio dalle onde elettromagnetiche anche in regioni nelle quali non esiste materia. Il lavoro di Maxwell ha suggerito l'idea che sia questo il modo col quale anche la luce si propaga nello spazio.



● La **propagazione di un'onda elettromagnetica**. Un campo magnetico variabile $\vec{B}$ genera un campo elettrico $\vec{E}$ che a sua volta genera un campo magnetico $\vec{B}$ e cosi via. Così si trasporta attraverso lo spazio energia elettromagnetica .

Vediamo, in un caso particolare, quale può essere la genesi di una **perturbazione elettromagnetica**. Supponiamo che in una certa regione dello spazio ed in un certo istante si determini una variazione del campo elettrico, originato, per esempio, da un moto accelerato di cariche elettriche. Nei punti immediatamente vicini si genera, per la **quarta equazione di Maxwell**, un campo magnetico anch'esso variabile nel tempo. La variazione del campo magnetico, per la **terza equazione di Maxwell**, genera nei punti immediatamente vicini un campo elettrico anch'esso variabile, e cosi di seguito. Nasce in tal modo una perturbazione elettromagnetica che si propaga nello spazio. Che cosa succede se una carica elettrica oscilla avanti e indietro tra due punti? Questo movimento genera:

- un campo elettrico variabile perché la carica elettrica cambia continuamente la sua posizione
- un campo magnetico variabile perché una carica elettrica che oscilla equivale ad una corrente elettrica alternata.

Il campo elettromagnetico descritto, che viaggia mentre oscilla, è un'onda elettromagnetica.

Un'onda elettromagnetica trasporta energia e continua a propagarsi anche quando la carica che l'ha generata smette di oscillare.

Proprietà delle onde elettromagnetiche

● Le onde elettromagnetiche sono onde trasversali. Infatti, il campo elettrico $\vec{E}$ ed il campo magnetico $\vec{B}$ che sono tra loro perpendicolari sono perpendicolari anche alla direzione di propagazione.

● Tutte le onde elettromagnetiche si propagano nel vuoto con la stessa velocità:

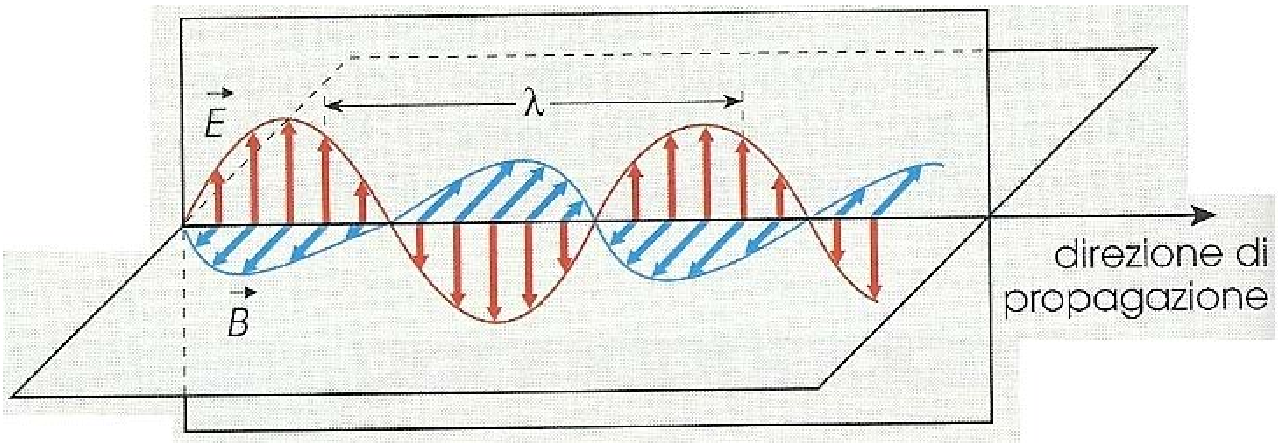
$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_o \mu_o}}$$

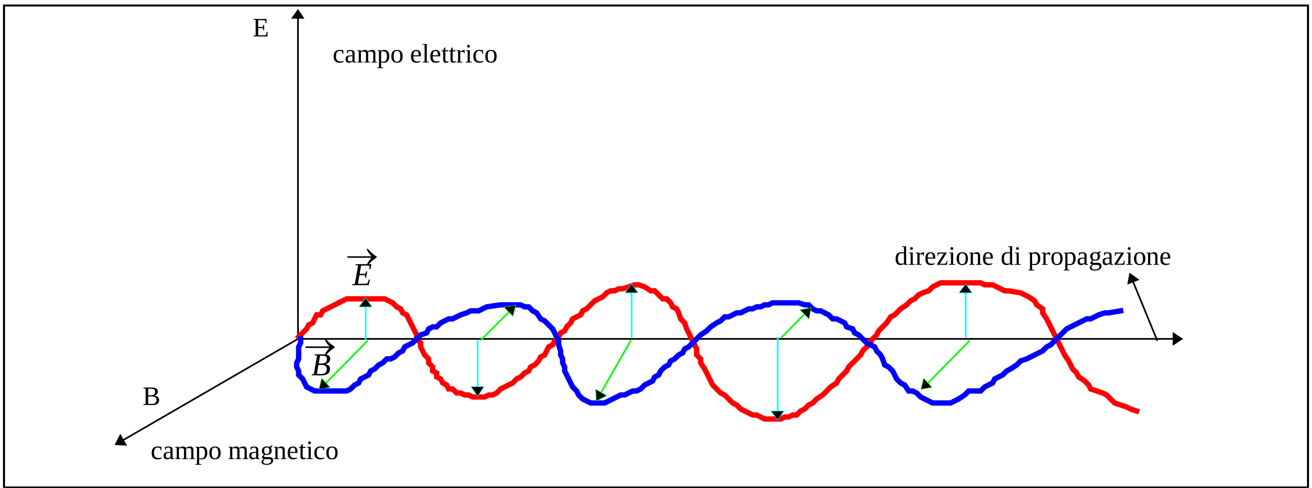
In un mezzo di **costante dielettrica** ε e di **permeabilità magnetica** μ, la velocità di propagazione delle onde elettromagnetiche risulta: $c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon \mu}}$. Il valore della velocità di propagazione delle onde elettromagnetiche nel vuoto coincideva con buona approssimazione con quello della luce. Questo fu un risultato clamoroso, che mise in evidenza lo straordinario potere unificante delle equazioni di Maxwell. Egli, avendo notato che le onde elettromagnetiche e la luce, oltre ad essere caratterizzate entrambe da vibrazioni trasversali, si propagano con la stessa velocità, avanzò l'ipotesi della natura elettromagnetica della luce.

● I vari tipi di onde elettromagnetiche differiscono fra loro per la frequenza $f = \nu$ e per la loro lunghezza d'onda λ. Frequenza e lunghezza d'onda sono legate fra loro dalla seguente relazione:

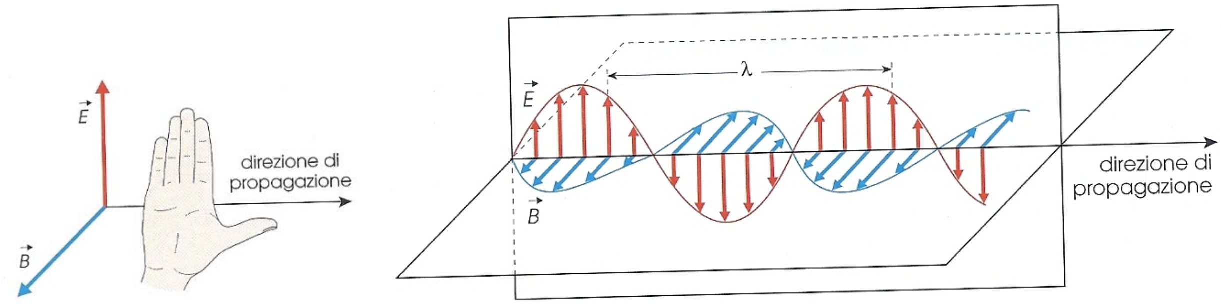
$\lambda \cdot f = c$ dove **c** rappresenta la velocità della luce nel vuoto.

In un'onda elettromagnetica, la direzione di propagazione e i vettori $\vec{E}$ e $\vec{B}$ sono mutuamente perpendicolari ed orientati secondo la regola della mano destra.

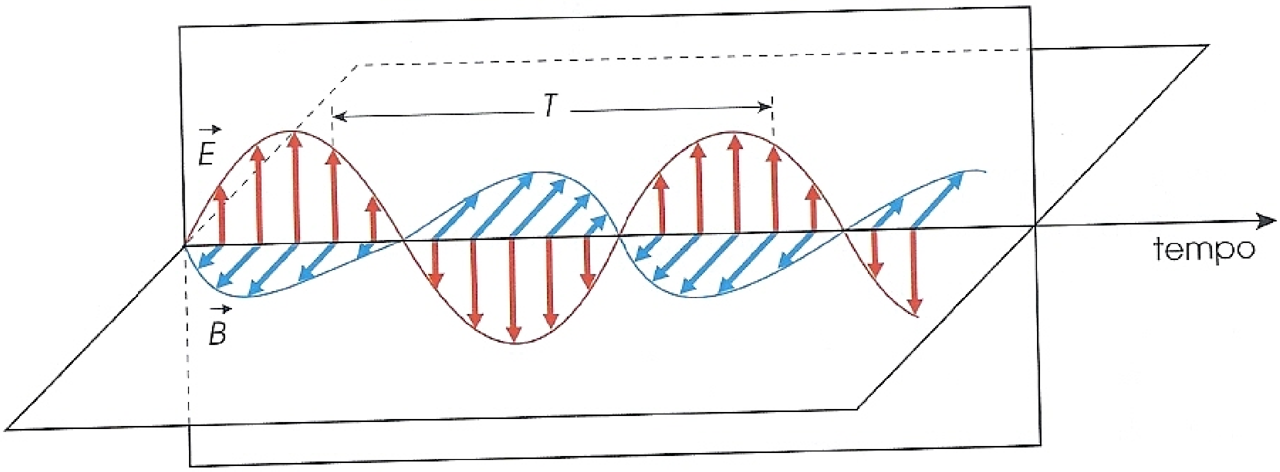




Rappresentazione di un'onda elettromagnetica sinusoidale polarizzata rettilineamente. Le vibrazioni del campo elettrico e del campo magnetico avvengono in piani ortogonali fissi. Si noti che i vettori $\vec{E}$ e $\vec{B}$ sono costantemente in fase, oltre che in un dato istante, anche nei vari punti dello spazio, anche in ogni punto nei successivi istanti.

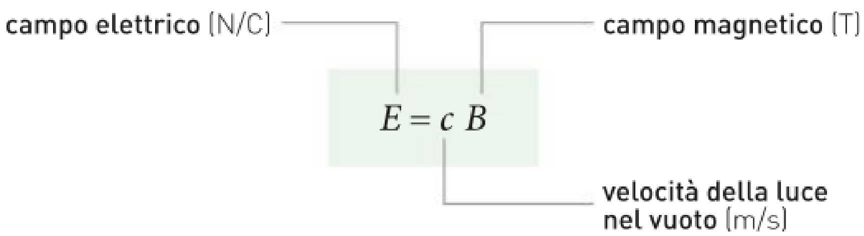


Onda elettromagnetica ad un certo istante



Onda elettromagnetica in funzione del tempo in un punto fissato

A differenza di altre onde, nelle onde elettromagnetiche le grandezze che oscillano sono due: il campo elettrico $\vec{E}$ e il campo magnetico $\vec{B}$. Istante per istante e in ogni punto, nel vuoto, i vettori $\vec{E}$ e $\vec{B}$ hanno moduli legati dalla relazione: $E = c \cdot B$



Onde elettromagnetiche di tipo sinusoidale

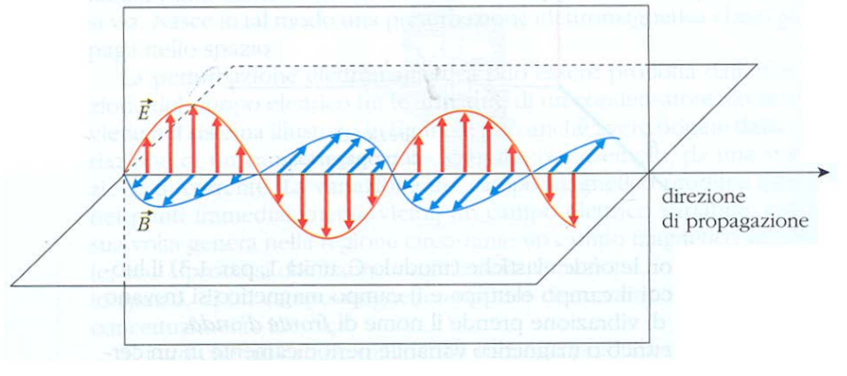
Abbiamo detto che un'onda elettromagnetica consiste in un campo elettrico ed in un campo magnetico oscillanti. Tutte le possibili frequenze che le onde elettromagnetiche possono assumere costituiscono lo **spettro**, del quale una porzione piccolissima è visibile sotto forma di luce. Le equazioni che descrivono un' onda elettromagnetica piana sinusoidale, o **monocromatica** sono:

$$\mathbf{E}=\mathbf{E}_m\cdot\sin(\mathbf{kx}-\omega\mathbf{t})=\mathbf{E}_m\cdot\sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}\mathbf{x}-\frac{2\pi}{\mathbf{T}}\mathbf{t}\right)=\mathbf{E}_m\cdot\sin\left[2\pi\left(\frac{\mathbf{x}}{\lambda}-\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{T}}\right)\right]$$

$$\mathbf{B}=\mathbf{B}_m\cdot\sin(\mathbf{kx}-\omega\mathbf{t})=\mathbf{B}_m\cdot\sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}\mathbf{x}-\frac{2\pi}{\mathbf{T}}\mathbf{t}\right)=\mathbf{B}_m\cdot\sin\left[2\pi\left(\frac{\mathbf{x}}{\lambda}-\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{T}}\right)\right]$$

$k=\frac{2\pi}{\lambda}$ = numero d'onda angolare dell'onda $\omega=\frac{2\pi}{T}$ = pulsazione dell' onda elettromagnetica λ = **lunghezza d'onda** **T** = periodo

Le ampiezze E_m, B_m rappresentano i valori massimi del modulo del campo elettrico e di quello magnetico. Le due equazioni trovate esprimono i moduli E e B dei due campi in ogni istante t ed in ogni punto x lungo la direzione di propagazione dell'onda. In ogni punto, la direzione del campo elettrico $\vec{E}$ e quella del campo magnetico $\vec{B}$ variano in generale col tempo mantenendosi perpendicolari fra loro ed alla direzione di propagazione. Il campo elettrico $\vec{E}$ (ed anche il campo magnetico $\vec{B}$) è sempre perpendicolare alla direzione di propagazione, ma cambia continuamente direzione in modo casuale. Questo significa che, in generale, le **onde elettromagnetiche non sono polarizzate**. Se invece le direzioni di $\vec{E}$ e $\vec{B}$ rimangono fisse nel tempo, si dice che l' onda elettromagnetica è **polarizzata linearmente**.

Rappresentazione di un'onda elettromagnetica sinusoidale polarizzata linearmnente. Le oscillazioni del campo elettrico e di quello magnetico avvengono in piano ortogonali fissi.	

Si dimostra che i valori massimi E_m e B_m del campo elettrico e del campo magnetico di un'onda monocromatica sono legati dalla relazione:

$\frac{E_m}{B_m}=c=\frac{E}{B}$ dove $c=\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_o\mu_o}}$ è la **velocità della luce nel vuoto**

In un mezzo di costante dielettrica relativa ε_r e di permeabilità magnetica relativa μ_r la velocità di propagazione della luce è: $v=\frac{c}{\sqrt{\varepsilon_o\mu_o}}=\frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$

L'energia trasportata da un'onda elettromagnetica

Come tutte le onde, anche quelle elettromagnetiche trasportano energia. Noi sappiamo che il campo elettrico e il campo magnetico, in condizioni statiche, immagazzinano energia. Precisamente la densità di energia posseduta da un campo elettrico di modulo E vale: $u_E = \frac{U}{V} = \frac{1}{2}\varepsilon_o E^2$ mentre quella posseduta da un campo magnetico di modulo B vale: $u_B = \frac{U}{V} = \frac{1}{2\mu_o} B^2$

Le stesse espressioni valgono anche quando il campo elettrico e quello magnetico sono funzioni del tempo e della posizione x che occupano. Valgono le seguenti formule:

$$u = u_E + u_B = \frac{1}{2}\varepsilon_o E^2 + \frac{1}{2\mu_o}B^2 \qquad \frac{E_m}{B_m} = c = \frac{E}{B} \Rightarrow E = B \cdot \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_o \mu_o}} \wedge B = E\sqrt{\varepsilon_o \mu_o}$$

$$u = \frac{1}{2}\varepsilon_o E^2 + \frac{1}{2\mu_o}B^2 = \frac{1}{2}\varepsilon_o E^2 + \frac{\varepsilon_o \cancel{\mu_o}}{2\cancel{\mu_o}}E^2 \qquad \boxed{u = \varepsilon_o E^2 = \frac{B^2}{\mu_o}}$$

Queste relazioni mostrano che l'energia dell'onda elettromagnetica è immagazzinata in uguale misura dal campo elettrico e dal campo magnetico.

Per un'onda monocromatica, se E_m (B_m) è l'ampiezza del campo elettrico (magnetico) la **densità media di energia** $\bar{u}$ di un' onda elettromagnetica è l'energia immagazzinata in media, per unità di volume, dai campi elettrico e magnetico dell'onda. Essa va calcolata applicando la seguente formula: $\boxed{\bar{u} = \frac{1}{2}\varepsilon_o E_o^2 = \frac{1}{2\mu_o}B_o^2}$

Se $\bar{u}$ è la **densità media di energia** dell'onda e c la sua velocità di propagazione, l'**intensità I** di un'onda elettromagnetica è l'energia per unità di area ed unità di tempo che attraversa una superficie unitaria perpendicolare alla direzione di propagazione dell'onda.

Essa va calcolata applicando la seguente formula: $\boxed{I = \frac{U}{S \cdot t} = \bar{u} \cdot c == \frac{1}{2} c \cdot \varepsilon_o E_o^2 = \frac{1}{2}\frac{c}{\mu_o}B_o^2}$

Essa rappresenta la **potenza media** trasportata attraverso un'area unitaria da un' onda elettromagnetica incidente perpendicolarmente.