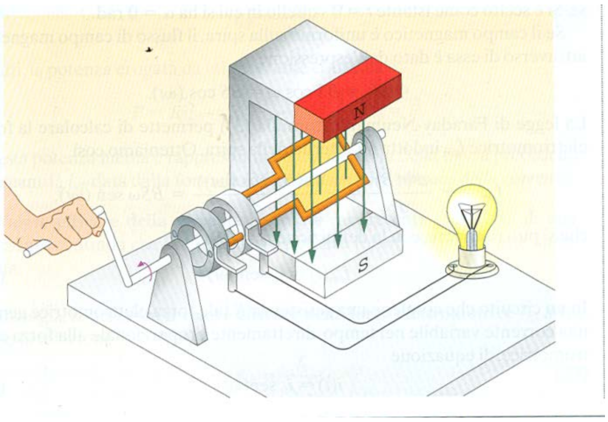
L'alternatore

L'alternatore è un dispositivo che trasforma energia cinetica in energia elettrica.



In linea di principio un alternatore è costituito da una spira che viene fatta ruotare con velocità angolare costante all'interno di un campo magnetico. La diversa orientazione della spira rispetto alle linee del campo magnetico $\vec{B}$ fa sì che il flusso magnetico vari continuamente generando una corrente indotta.

Alternatore è un qualsiasi dispositivo capace di creare una corrente alternata**, cioè** **una corrente che varia nel tempo sinusoidalmente**. Il più semplice alternatore risulta costituito da:

1) una calamita **NS** (detta **induttore**) capace di creare un campo magnetico $\vec{B}$ uniforme

2) una spira (detta **indotto**), ad esempio rettangolare, di area S ruotante attorno ad un asse perpendicolare a $\vec{B}$. Gli estremi della spira sono saldati a due anelli isolati tra loro e sui quali strisciano le spazzole $\mathbf{M_1}$ ed $\mathbf{M_2}$. A questa parte del dispositivo si dà il nome di **collettore di corrente**.

3) Un circuito esterno collega le spazzole $\mathbf{M_1}$ ed $\mathbf{M_2}$ e che contiene un galvanometro G che ci servirà a stabilire se nel circuito passa corrente. Una volta orientata la normale alla spira mediante il versore $\vec{n}$, il flusso del campo magnetico $\vec{B}$ concatenato con la spira vale:

$$\Phi_S\left(\vec{\mathbf{B}}\right) = \vec{\mathbf{B}} \times \mathbf{S} \cdot \vec{\mathbf{n}} = \mathbf{S} \cdot \mathbf{B} \cdot \cos\vartheta = \mathbf{S} \cdot \mathbf{B} \cdot \cos\omega t \qquad \omega = \frac{\vartheta}{t} \qquad \vartheta = \omega t$$

$\vartheta = \frac{\pi}{2}$ **oppure** $\frac{3}{2}\pi \Rightarrow \Phi_S\left(\vec{\mathbf{B}}\right) = 0$ cioè il flusso è nullo quando la spira è parallela alle linee del campo magnetico $\vec{B}$, cioè quando il versore $\vec{n}$ è parallelo ed equiverso col campo magnetico $\vec{B}$.

$$\vartheta = 0 \quad \Rightarrow \quad \Phi_S\left(\vec{\mathbf{B}}\right) = \text{massimo} \qquad\qquad \vartheta = \pi \quad \Rightarrow \quad \Phi_S\left(\vec{\mathbf{B}}\right) = \text{minimo}$$

Seguendo il movimento della spira il flusso del campo magnetico $\vec{B}$ concatenato con la spira varia secondo le seguenti modalità: (a) all'inizio è **massimo** (b) è uguale a **zero** a 90° (c) diventa minimo a 180°, dove il flusso è negativo (d) si **annulla** di nuovo a 270° (e) torna massimo a

360° nella posizione di partenza. L'alternatore genera una **tensione alternata**, che cambia continuamente valore, ma si ripete sempre uguale dopo un periodo **T**, che il tempo impiegato dalla spira a fare un giro completo.

Calcolo della forza elettromotrice alternata

Facciamo ruotare la spira di moto rotatorio uniforme attorno al suo asse con velocità angolare ω costante. Supponiamo che all'istante iniziale t = 0 la spira sia ortogonale al campo $\vec{B}$ e che $\vec{n}$ sia parallela ed equiversa con $\vec{B}$. Risulta: $\vartheta=\omega t$ per cui possiamo scrivere:

$$\Phi_S\left(\vec{B}\right)=\vec{B}\times S\cdot\vec{n}=S\cdot B\cdot\cos\vartheta=S\cdot B\cdot\cos\omega t$$

Tale relazione mostra che il flusso concatenato con la spira varia nel tempo, cosi che agli estremi della spira stessa, per la legge di Faraday-Newmann-Lenz, si genera una **f.e.m. indotta**. data da:

$$f_{em}=-\frac{d\Phi}{dt}=SB\omega\sin\omega t=SB\omega\cos\left(\omega t-\frac{\pi}{2}\right)=f_o\cdot\sin\omega t \qquad f_0=SB\omega$$

cioè la **f.e.m.** che si genera ai capi del circuito varia nel tempo con legge sinusoidale ed è sfasata di $\pi/2$ rispetto al flusso magnetico. $f_{max}=f_o \Rightarrow \sin\omega t=1 \Rightarrow f_{max}=f_o=SB\omega$

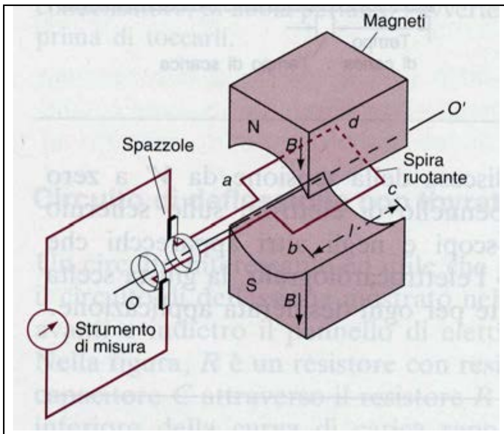
Se il circuito è chiuso ed ha una resistenza R, la corrente i che vi circola è data da:

$$i=\frac{f_{em}}{R}=\frac{BS\omega}{R}\sin\omega t=i_m\cdot\sin\omega t=i_o\cdot\sin\omega t \qquad i_m=i_o=\frac{BS\omega}{R} \qquad \omega=\frac{2\pi}{T}=2\pi\nu$$

Si tratta di una corrente alternata che varia nel tempo con legge sinusoidale.

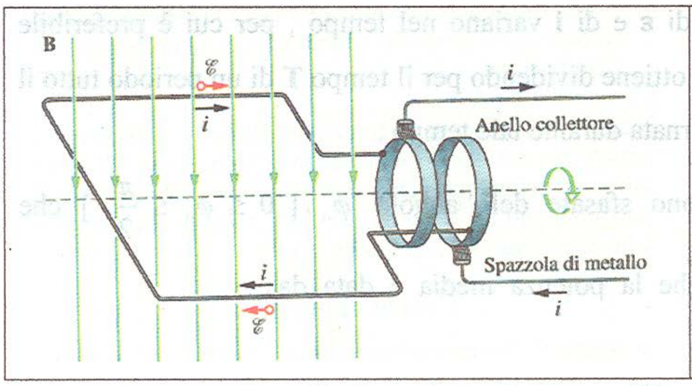
Il dispositivo descritto è un **alternatore monofase** o **dinamo a corrente alternata**.

Nella pratica il **circuito induttore** è disposto sulla parte ruotante (**rotore**) ed il **circuito indotto** è disposto sulla parte fissa (**statore**)

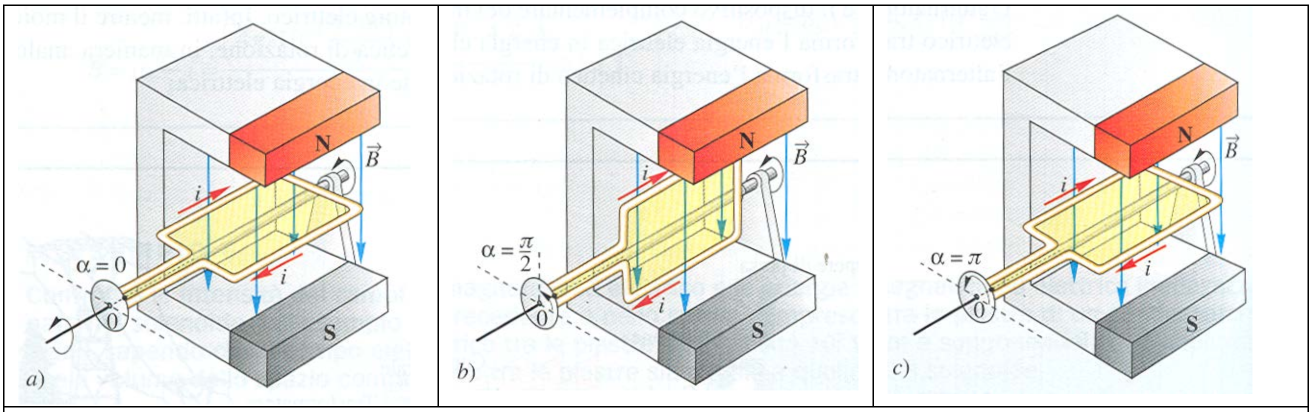


a) Una spira rettangolare è posta tra i rebbi di una calamita. I suoi terminali sono collegati separatamente a due anelli , isolati uno dall'altro.
Le spazzole a contatto strisciante sono connesse al circuito esterno.

b) La spira viene fatta ruotare attorno al suo asse OO' nel campo magnetico $\vec{B}$ generato dal magnete.
Ai morsetti, collegati alle spazzole, viene generata una **f.e.m. alternata**.

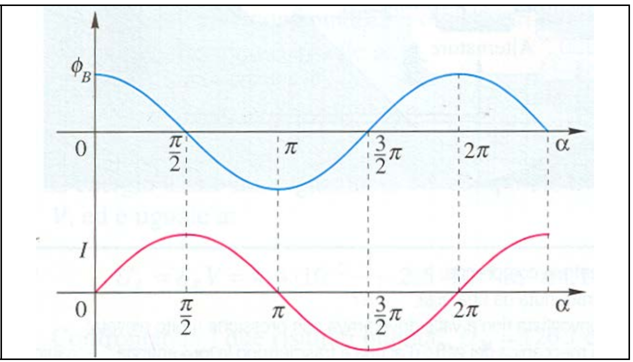


Il principio di funzionamento di un generatore di c.a. è costituito da una spira ruotante immersa in un campo magnetico $\vec{B}$ esterno. La spira è collegata, mediante anelli rotanti saldati a ciascuna estremità, a delle spazzole conduttrici che strisciano sugli anelli e connettono la spira al resto del circuito.



Principio di funzionamento dell'alternatore monofase

Andamento del flusso $\Phi_S\left(\vec{B}\right) = S \cdot B \cdot \cos\omega t$ concatenato con la spira dell'alternatore monofase e della corrente indotta $i = \frac{f_{em}}{R} = i_m \cdot \sin\omega t$ che circola nella spira

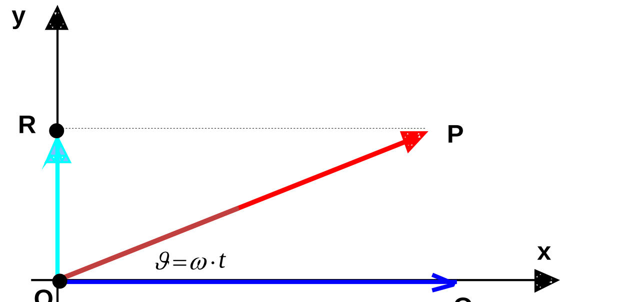


La corrente alternata

La corrente alternata è la corrente la cui intensità varia nel tempo sinusoidalmente, cambiando continuamente verso. Una corrente alternata è generata da una forza elettromotrice alternata. Infatti la forza elettromotrice $\mathbf{f = f_o \cdot \sin \omega t}$ genera la corrente alternata $\mathbf{i = i_o \cdot \sin(\omega t - \varphi)}$, dove $\mathbf{f_o}$ rappresenta l'ampiezza della forza elettromotrice (cioè il valore massimo della forza elettromotrice) ed i_o rappresenta l'ampiezza della corrente alternata (cioè il valore massimo della corrente). Il nostro scopo è quello di trovare l'ampiezza i_o della corrente e la costante di fase φ.

Rappresentazione vettoriale di una grandezza alternata mediante i vettori di fase

Una grandezza alternata, il cui grafico è una sinusoide, può essere rappresentata graficamente anche mediante un vettore $\overrightarrow{OP}$, orientato da O verso P e di lunghezza proporzionale (in particolare uguale) al valore massimo (f_o , i_o) della grandezza considerata.



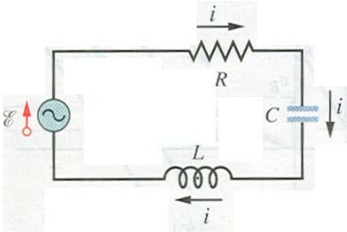
rappresentazione vettoriale di una grandezza sinusoidale

Per convenzione, si stabilisce che detto vettore, detto vettore di fase, ruoti con velocità angolare $\vec{\omega}$ costante, avente modulo uguale alla pulsazione $\mathbf{\frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu}$ della grandezza alternata. Gli angoli vanno considerati positivamente se la rotazione avviene in senso antiorario e negativamente nel caso contrario. Utilizzando tale convenzione le proiezioni del vettore $\overrightarrow{OP}$ su un asse fisso (per esempio l'asse verticale della ordinate), rappresentano tutti i valori istantanei che la grandezza sinusoidale assume durante un periodo T. Ad esempio, l'andamento nel tempo della grandezza sinusoidale $\mathbf{f_{em} = f_o \cdot \sin \omega t}$ Viene rappresentato mediante un vettore di modulo f_o, ruotante con velocità angolare ω costante. All'istante $t = 0$ il vettore assume, per convenzione, la posizione orizzontale OQ. Dopo t secondi esso ha ruotato dell'angolo $\vartheta = \omega t$. La sua proiezione OR sull'asse verticale y dà il valore $\mathbf{f_{em} = f_o \cdot \sin \omega t}$ della grandezza sinusoidale all'istante t.

Tre circuiti semplici

Esamineremo in seguito un circuito RLC in serie come quello indicato in figura connesso con un generatore di forza elettromotrice alternata. E ricaveremo le espressioni dell'ampiezza i_o e della costante di fase φ per una corrente oscillante sinusoidalmente in funzione dell'ampiezza f_o e della pulsazione ω della forza elettromotrice esterna.

Un circuito a maglia singola contenente una resistenza, un conduttore ed una induttanza. Un generatore, rappresentato da un'ondina all'interno di un circoletto, produce una forza elettromotrice alternata che stabilisce una **corrente alternata**. I versi della corrente e della forza elettromotrice sono segnati per un certo istante.



Prima, però, analizzeremo circuiti più semplici del circuito RLC .

Circuiti in corrente alternata

Analizziamo il comportamento dei diversi tipi di circuiti alimentati da una corrente alternata contemplando i casi in cui nel circuito siano presenti:

(1) la sola resistenza ohmica R (Circuito R o circuito puramente ohmico)

(2) la sola induttanza L, essendo trascurabile la resistenza ohmica (Circuito L o circuito puramente induttivo)

(3) la sola capacità C (Circuito C o circuito capacitivo)

(4) la resistenza R e l'induttanza L (Circuito R L)

(5) la resistenza R e la capacità C (Circuito R C)

(6) la resistenza R, L'induttanza L, la capacità C (Circuito R L C)

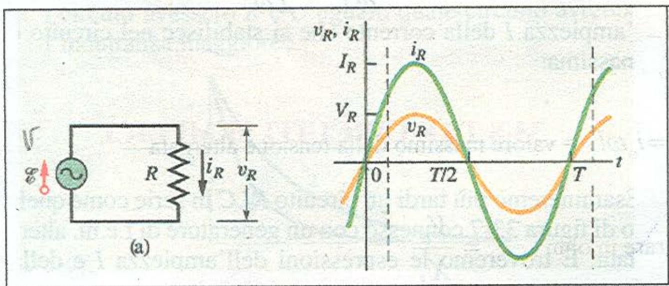
N.B. $\varepsilon = f_{em}$ = forza elettromotrice alternata che genera la corrente alternata

● In un circuito a corrente continua il moto delle cariche elettriche è generalmente ostacolato solo dalla **resistenza ohmica**. Nel caso della corrente alternata il fenomeno è più complesso, perché l'ostacolo al moto delle cariche elettriche dipende dalle caratteristiche del circuito che può contenere **resistenza ohmica, induttanze**, **condensatori** sia in serie che in parallelo.

● In un generico circuito percorso da corrente alternata la resistenza complessiva dalle cariche che generano la corrente alternata prende il nome di **impedenza**.

Definizione: Dicesi **resistenza apparente** o **impedenza Z** il rapporto tra la **f.e.m.** massima ε_m e l'intensità di corrente massima i_m, cioè: $Z = \frac{\varepsilon_m}{i_m}$ **Z** ha le dimensioni di una **resistenza**.

Corrente alternata attraverso una resistenza R: circuito puramente ohmico o circuito R o circuito resistivo

	a) Una resistenza R è collegata ad un generatore di $f.e.m$ alternata b) La corrente e la $d.d.p.$ agli estremi della resistenza sono in fase

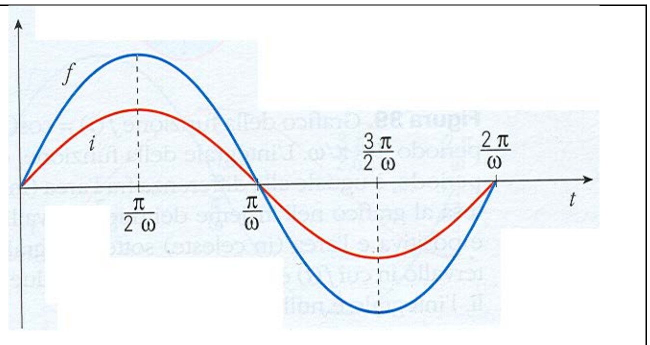
$f = \varepsilon = V_R = f_o \cdot \sin \omega t$ = d.d.p. esistente agli estremi della resistenza R

$i(t) = i_R = \frac{f(t)}{R} = \frac{f_o}{R} \cdot \sin \omega t$ = corrente alternata che circola nella resistenza R $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu$

$i_o = \frac{f_o}{R}$ = valore massimo della corrente alternata

$f_o = i_o \cdot R$ = tensione massima esistente agli estremi della resistenza R

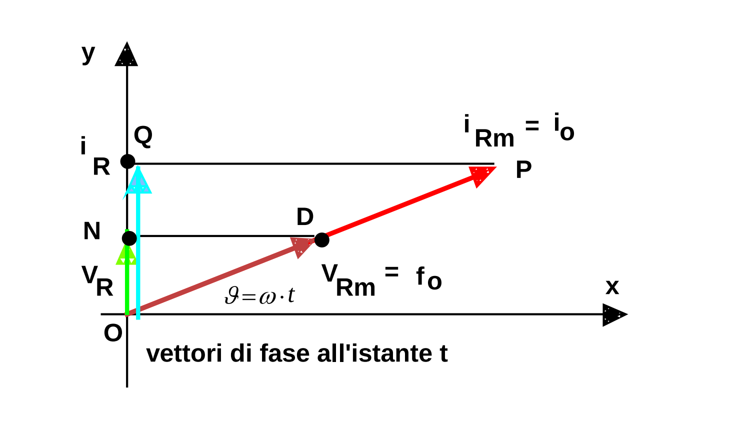
In un circuito puramente resistivo circola una corrente alternata avente la stessa frequenza e la stessa fase della tensione alternata applicata. Questo significa che le grandezze variabili nel tempo V_R ed i_R sono in **fase**.

Andamento in funzione del tempo della corrente sinusoidale $i = i_R$ (curva in rosso) che scorre in un circuito ohmico alimentato dalla **f.e.m.** alternata $f = \varepsilon$ (curva in azzurro)	

Le grandezze variabili V_R ed i_R possono essere rappresentate geometricamente ricorrendo ai **vettori di fase**, detti anche **fasori**. I fasori sono vettori ruotanti attorno ad una comune origine O. In figura sono riportati i vettori di fase che rappresentano la **corrente** che circola attraverso la resistenza e la **tensione** ai suoi estremi ad un certo istante.

Diagramma dei vettori di fase

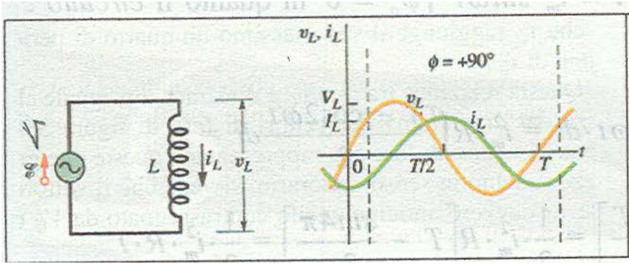
il segmento orientato $D-O$ è il vettore di fase che rappresenta la d.d.p. agli estremi della resistenza R,, il segmento orientato $P-O$ è il vettore di fase che rappresentato la corrente che attraversa la resistenza R



Questi vettori di fase presentano le seguenti proprietà:

- **Velocità angolare**: Entrambi i vettori ruotano in senso antiorario attorno all'origine O con velocità angolare uguale alla pulsazione ω di V_R e di i_R.
- **Lunghezza**: La lunghezza di ciascun vettore di fase rappresenta l'ampiezza della grandezza alternata: f_o per la tensione ed i_o per la corrente.
- **Proiezione**: La proiezione di ciascun vettore sull'asse verticale delle y rappresenta il valore della grandezza alternata all'istante t: V_R per la **tensione** e i_R per la **corrente**.
- **Angolo di rotazione**: L'angolo di rotazione di ciascun vettore di fase è uguale alla fase della grandezza alternata all'istante t. In figura la tensione e la corrente sono in fase. I loro vettori di fase hanno la stessa fase $\omega \cdot t$ e lo stesso angolo di rotazione $\vartheta = \omega \cdot t$; perciò ruotano insieme.
- Forza elettromotrice alternata e **corrente alternata** hanno la stessa fase

Corrente alternata attraverso una induttanza L: circuito puramente induttivo o circuito L



a) Un'induttanza è collegata ad un generatore di $f.e.m$ alternata

b) La $d.d.p.$ agli estremi dell'induttanza è in anticipo di 90° rispetto alla corrente

Un circuito induttivo è un circuito contenente una induttanza L alimentata da una tensione alternata espressa da $f = f_o \cdot \sin \omega t$. Si tratta di un circuito contenente una bobina di resistenza ohmica trascurabile. La corrente che fluisce nel circuito è: $i = i_o \cdot \sin(\omega t - \varphi)$

La d.d.p. agli estremi della bobina è: $V_L = -L \cdot \dfrac{d\, i_L}{d\, t}$

L'equazione del circuito è $\varepsilon + V_L = R\,i = 0$ essendo $R = 0$ e $V_L = -L \cdot \frac{d\,i_L}{d\,t}$ abbiamo:

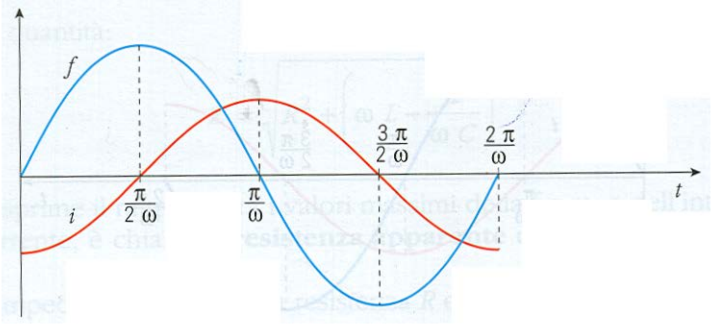
$\varepsilon - L \cdot \frac{d\,i_L}{d\,t} = 0 \quad \Rightarrow \quad \varepsilon = L \cdot \frac{d\,i_L}{d\,t}$ Risolvendo questa equazione differenziale otteniamo la corrente alternata che fluisce in un circuito puramente induttivo: $\mathbf{i_L(t) = -\frac{f_o}{L\omega} \cdot \cos\omega t = \frac{f_o}{L\omega} \cdot \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)}$

$i_o = \frac{f_o}{\omega L} = \frac{f_o}{2\pi\nu L}$ = valore massimo della corrente alternata $\qquad \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu$

In un circuito induttivo circola una corrente alternata avente la stessa frequenza (e quindi lo stesso periodo) della **tensione alternata** applicata, ma in ritardo di fase rispetto a questa di un quarto di periodo ($\varphi = \frac{\pi}{2}$), cioè la corrente i raggiunge il suo valore massimo (che è $\frac{f_o}{\omega L}$) dopo $\frac{\pi}{2\omega}$ secondi dopo che la tensione ε raggiunge il suo valore massimo f_o.

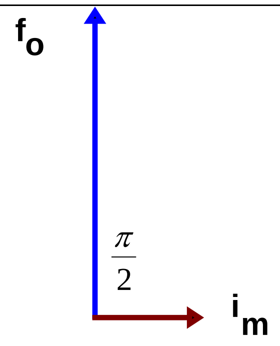
L'impedenza Z_L del circuito induttivo vale; $\mathbf{Z_L = X_L = \frac{f_o}{i_o} = \frac{f_o}{\frac{f_o}{\omega L}} = \omega L}$

In questo caso l'impedenza induttiva Z_L prende il nome di reattanza induttiva e viene indicata col simbolo X_L. $\frac{f_o}{i_o} = X_L \quad \Rightarrow \quad \mathbf{i_o = \frac{f_o}{X_L}} \qquad f_o = X_L \cdot i_o$

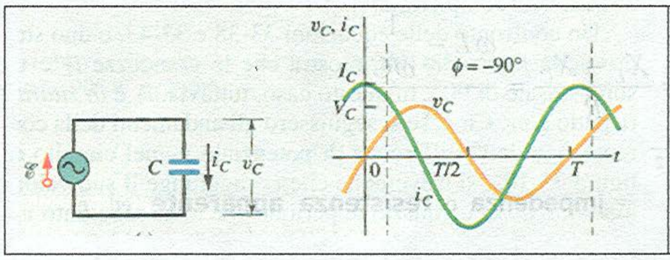
Andamento in funzione del tempo della corrente sinusoidale $i = i_L$ (curva in rosso) che scorre in un circuito induttivo alimentato dalla f.e.m. $f = \varepsilon = f_o \cdot \sin\omega t$	

La corrente alternata è in ritardo di fase di $\frac{\pi}{2}$ rispetto alla forza elettromotrice alternata perché si annulla dopo $t = \frac{T}{4}$ secondi rispetto a quanto si annulla la tensione alternata.

Rappresentazione vettoriale della corrente alternata e della forza elettromotrice alternata

In un elemento di circuito puramente **induttivo** la corrente alternata è sfasata in ritardo di $\frac{\pi}{2}$ rispetto alla tensione. f_o = tensione massima $i_m = i_o$ = corrente alternata massima	

Corrente alternata attraverso una capacità: circuito puramente capacitivi o circuito C



a) Un condensatore è collegato ad un generatore di $f.e.m$

b) La $d.d.p.$ esistente tra le armature del condensatore è in ritardo di fase di 90° rispetto alla corrente

Consideriamo un circuito contenente un condensatore di capacità C, privo di induttanza L, alimentato da una **f.e.m.** $f = \varepsilon = f_o \cdot \sin \omega t$ nel caso ideale di resistenza ohmica nulla. La corrente che fluisce nel circuito è: $i = i_o \cdot \sin(\omega t - \varphi)$

L'equazione del circuito è: $f_{em} = \varepsilon = \frac{q(t)}{C} = V_C \quad q(t) = C \cdot f = C \cdot f_o \cdot \sin \omega t$

$$i_C = \frac{dq}{dt} = C \cdot f_o \cdot \omega \cdot \cos \omega t = C \cdot f_o \cdot \omega \cdot \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = C \cdot f_o \cdot \omega \cdot \cos \omega t$$

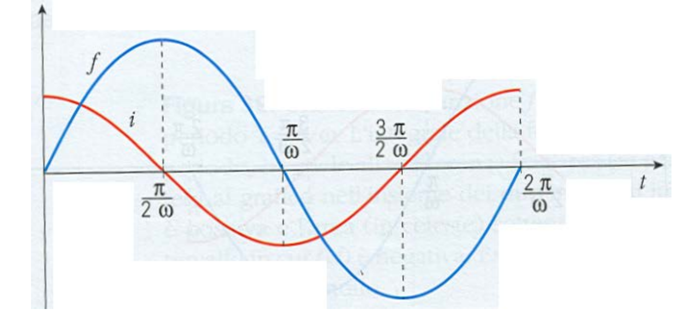
$$\mathbf{i_C = i_o \cdot \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = C \cdot f_o \cdot \omega \cdot \cos \omega t}$$

Con $\mathbf{i_o = C \cdot f_o \cdot \omega}$ = valore massimo della corrente $\mathbf{f_o = \frac{i_o}{C \cdot \omega}}$

In un circuito puramente capacitivo la corrente alternata è in anticipo di fase di $\frac{\pi}{2}$ rispetto alla tensione $\varepsilon = \varepsilon_m \cdot \sin \omega t$ che la genera.

$$\mathbf{f_o = \frac{i_o}{C \cdot \omega}} = \text{ valore massimo della tensione}$$

Andamento in funzione del tempo della corrente sinusoidale i (curva in rosso) che scorre in un circuito capacitivo alimentato dalla f.e.m. alternata $\varepsilon = \varepsilon_m \cdot \sin \omega t$ **(curva in azzurro)**



Se la forza elettromotrice è alternata, nel circuito fluisce una **corrente elettrica** alternata che anticipa di un quarto di periodo rispetto alla forza elettromotrice.

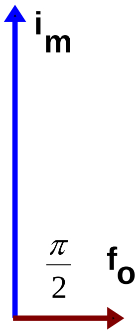
$\mathbf{Z_C = \frac{\varepsilon_m}{i_m} = \frac{\cancel{\varepsilon_m}}{C \cdot \omega \cdot \cancel{\varepsilon_m}} = \frac{1}{C \cdot \omega} = X_C}$ = **impedenza** del circuito capacitivo detta anche **reattanza capacitiva**

Rappresentazione vettoriale della corrente alternata e della forza elettromotrice alternata

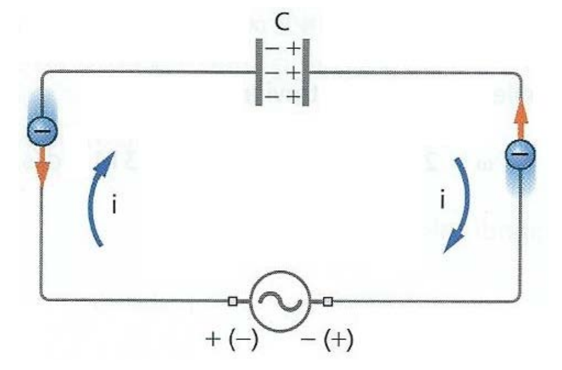
In un elemento di circuito puramente capacitivo la corrente alternata è sfasata in anticipo di $\frac{\pi}{2}$ rispetto alla tensione.

f_o = tensione massima

$i_m = i_o$ = corrente alternata massima



In un circuito capacitivo che contiene un generatore di corrente continua si ha una breve correnti di carica del condensatore, dopo la quale il sistema si porta in equilibrio e la corrente si interrompe. Se, invece, la tensione è alternata molto presto la polarità del generatore si inverte ed entrambe le armature del condensatore dapprima si si scaricano per poi



caricarsi del segno opposto. Si genera la corrente alternata $\mathbf{i(t) = C \cdot f_o \cdot \omega \cdot \cos \omega t}$

Circuito RL

Un circuito induttivo non è mai completamente privo di resistenza ohmica e, quindi, rappresenta un circuito RL. V_R = d.d.p. ai capi della resistenza R quando il circuito è attraversato dalla corrente alternata V_L = d.d.p. ai capi dell'induttanza L quando il circuito è attraversato dalla corrente alternata. V_R e V_L sono rappresentati da due vettori rotanti $\vec{V}_R$ che precede $\vec{V}_L$ di $\frac{\pi}{2}$, come indicato in figura.

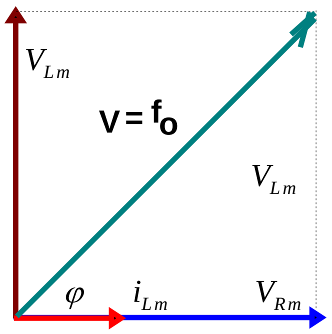
In questa figura il vettore rotante che rappresenta la corrente alternata è parallelo ed equiverso col vettore rotante $\vec{V}_R$. La somma vettoriale $\vec{V}_R + \vec{V}_L$, tensione ai capi della serie RL, è data dal vettore risultante $\vec{f} = \vec{V}_R + \vec{V}_L$. Il circuito è alimentato dalla tensione $f = f_o \cdot \sin \omega t$ e genera la corrente $i = i_o \cdot \sin(\omega t - \varphi)$. Dobbiamo calcolare i_o e φ. Dal modello vettoriale delle reattanze ricaviamo:

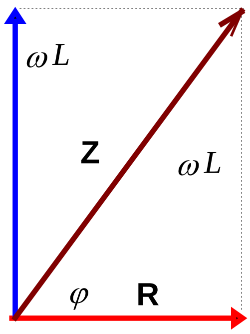
$$Z^2 = R^2 + X_L^2 = R^2 + \omega^2 L^2 \qquad \mathbf{Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \qquad \mathbf{\omega L = R \cdot tg\,\varphi} \qquad \mathbf{tg\,\varphi = \frac{\omega L}{R}} \qquad 0 \le \varphi \le 90°$$

Dal modello vettoriale delle tensioni ricaviamo: $f_o^2 = V_{Rm}^2 + V_{Lm}^2 = i_o^2 \cdot R^2 + i_o^2 \cdot X_L^2 = i_o^2 \cdot (R^2 + X_L^2)$

$\mathbf{f_o = i_o \cdot \sqrt{R^2 + X_L^2}}$ = cui valore massimo della tensione alternata

$$\mathbf{i_o = \frac{f_o}{\sqrt{R^2 + X_L^2}} = \frac{f_o}{Z}} \qquad \mathbf{i = \frac{f_o}{\sqrt{R^2 + X_L^2}} \cdot \sin(\omega t - \varphi) = \frac{f_o}{Z} \cdot \sin(\omega t - \varphi)}$$





$$\mathbf{V_R = V_{Rm} \cdot \sin \omega t = R \cdot i_o \cdot \sin \omega t} \qquad V_L = V_{Lm} \cdot \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

Circuito RC

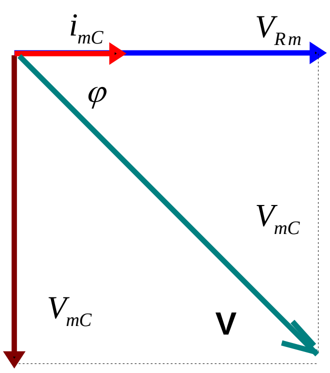
Analogamente a quanto accade nel circuito RL la d.d.p. complessiva V è la somma di:

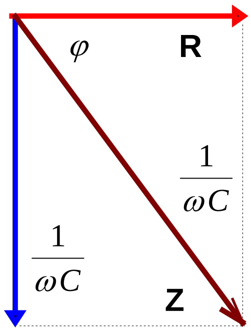
- $\mathbf{V_R = I \cdot R}$ ai capi della resistenza R (in fase con la corrente) e di
- $\mathbf{V_{Cm} = \frac{i_{Cm}}{C \cdot \omega} = i_{Cm} \cdot X_C}$ tra le armature del condensatore (in ritardi di fase di $\frac{\pi}{2}$ rispetto alla corrente)

$$\mathbf{Z = \sqrt{R^2 + X_C^2} = \sqrt{R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}}}$$

$$\mathbf{i = i_m \cdot \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)} \qquad \mathbf{i_m = i_o}$$

$$\mathbf{tg\,\varphi = -\frac{1}{\omega C R} = -\frac{X_C}{R}} \qquad \mathbf{X_C = \frac{1}{\omega C}}$$





$$\mathbf{V_R = V_{Rm} \cdot \sin \omega t = R \cdot i_o \cdot \sin \omega t} \qquad \mathbf{V_L = V_{Lm} \cdot \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)}$$

Circuito LC

Il circuito è alimentato dalla tensione $f = f_o \cdot \sin \omega t$ e genera la corrente $i = i_o \cdot \sin(\omega t - \varphi)$.

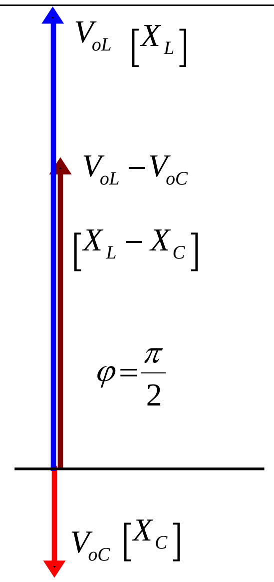
Dobbiamo calcolare i_o e φ. $\vec{f_o} = \vec{V}_{oL} + \vec{V}_{oC}$ $\quad V_{oL} = i_o \cdot X_L$ $\quad V_{oC} = i_o \cdot X_C$

$$\mathbf{X_L > X_C} \quad \Rightarrow \quad \varphi = \frac{\pi}{2} \quad \Rightarrow$$

$$f_o = V_{oL} - V_{oC} = i_o \cdot X_L - i_o \cdot X_C = i_o \cdot (X_L - X_C) = i_o \cdot Z \quad \Rightarrow$$

$$i_o = \frac{f_o}{Z} = \frac{f_o}{X_L - X_C} = \frac{f_o}{L\omega - \frac{1}{\omega C}}$$

$$\mathbf{i = \frac{f_o}{L\omega - \frac{1}{\omega C}} \cdot \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)}$$

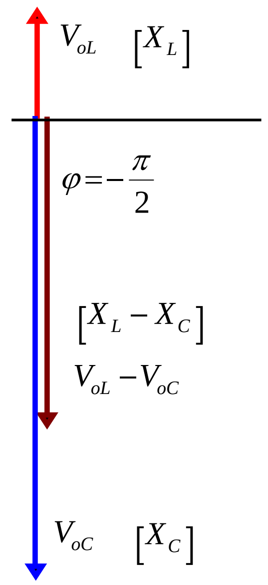


$$\mathbf{X_L < X_C} \quad \Rightarrow \quad \varphi = -\frac{\pi}{2} \quad \Rightarrow$$

$$f_o = V_{oL} - V_{oC} = i_o \cdot X_C - i_o \cdot X_L = i_o \cdot (X_C - X_L) = i_o \cdot Z \quad \Rightarrow$$

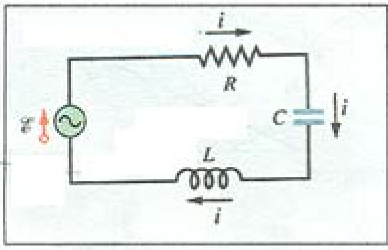
$$i_o = \frac{f_o}{Z} = \frac{f_o}{X_C - X_L} = \frac{f_o}{\frac{1}{\omega C} - L\omega}$$

$$i = \frac{f_o}{\frac{1}{\omega C} - L\omega} \cdot \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \quad \mathbf{i = \frac{f_o}{\frac{1}{\omega C} - L\omega} \cdot \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)}$$



$$V_L = V_{Lm} \cdot \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \quad V_C = V_{Cm} \cdot \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

Corrente alternata in un circuito ohmico-induttivo-capacitivo o circuito RLC



Un circuito a maglia singola contenente una resistenza , un condensatore ed una induttanza . Un generatore , rappresentato da un'ondina all'interno di un circoletto , produce una $f.e.m$ alternata che stabilisce una c.a. . I versi della corrente alternata e della $f.e.m$ alternata sono riferito ad un generico istante t .
$V = V_0 \cdot \sin\omega t$

Consideriamo un circuito *RLC* contenente una **resistenza**, un'**induttanza** ed una **capacità** collegate in serie, alimentato da una **f.e.m.** alternata espressa da:

$$\mathbf{f_{em} = \varepsilon = \varepsilon_m \cdot \sin\omega t = f_o \cdot \sin\omega t}$$

Il circuito è attraversato da una corrente alternata di tipo sinusoidale avente la stessa frequenza della **f.e.m.** $f_{em} = \varepsilon = f$ avente la forma: $\mathbf{i = i_o \cdot \sin(\omega t - \varphi)}$

Il nostro scopo è quello di trovare l'ampiezza i_o della corrente e la costante di fase φ. Il compito è semplificato dall'uso dei vettori di fase.

Per conoscere la corrente che circola in un circuito **RLC** occorre calcolare la resistenza complessiva (**impedenza**) del circuito. Per questo motivo occorre analizzare il comportamento di **C**, **R**, **L** in regime alternato. La **corrente** i_C è **sfasata** di un angolo $\varphi = \frac{\pi}{2}$ in **anticipo** rispetto alla tensione V_C. Il condensatore presenta una **resistenza apparente**, detta **reattanza capacitiva**, indicata col simbolo X_C e che vale: $X_C = \frac{1}{\omega \cdot C}$. La resistenza R, sia in corrente continua che in corrente alternata, lascia passare sempre la corrente e non sfasa la corrente rispetto alla tensione applicata. L'**intensità di corrente** i_R che attraversa la resistenza in regime di corrente alternata è ancora una funzione sinusoidale del tempo, **non sfasata rispetto alla tensione** $V_R = V_{Rm} \cdot \sin\omega t$. L'induttanza **L**, che in corrente continua lascia passare la corrente, in regime di corrente alternata lascia passare meno corrente dovendo una parte servire per creare il campo magnetico. **La corrente i_L è sfasata di un angolo $\varphi = \frac{\pi}{2}$ in ritardo rispetto alla tensione** V_L. L'induttanza oppone alla corrente alternata una **resistenza apparente**, detta

reattanza induttiva, indicata col simbolo X_L, direttamente proporzionale alla pulsazione ω ed all'induttanza L. In formule abbiamo: $X_L = \omega L$.

Per la legge delle maglie applicata al circuito RLC all'istante t risulta: $\varepsilon = V_R + V_L + V_C$

Se scegliamo la fase della corrente come fase iniziale di riferimento, esprimendo l'intensità istantanea nella forma $i = i_m \cdot \sin \omega t$, valgono le seguenti considerazioni:

a) per la resistenza ohmica R la tensione agli estremi di R e la corrente che vi circola sono in **fase**. $i_R = i_m \cdot \sin \omega t = i_o \cdot \sin \omega t$ $\quad V_R = V_{Rm} \cdot \sin \omega t = R \cdot i_o \cdot \sin \omega t$ con $V_{Rm} = R \cdot i_m$

b) la corrente che circola nell'induttanza L è in **anticipo di fase** di $\frac{\pi}{2}$ rispetto alla tensione esistente ai suoi estremi $i_L = i_m \cdot \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$ $\quad V_L = V_{Lm} \cdot \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$ con $V_{Lm} = L \cdot \omega \cdot i_m$

(Tensione in **ritardo** di fase rispetto alla corrente)

c) la corrente che circola nella capacità è in **ritardo di fase** di $\frac{\pi}{2}$ rispetto alla tensione esistente ai suoi estremi $i_C = i_m \cdot \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$ $\quad V_C = V_{Cm} \cdot \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$ con $V_{Cm} = \frac{i_m}{\omega \cdot C}$

(Tensione in **anticipo** di fase rispetto alla corrente)

$$f = V_R + V_L + V_C \quad \Rightarrow \quad [\rho] \quad \mathbf{f = V_{Rm} \cdot \sin\omega t + V_{Lm} \cdot \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) + V_{Cm} \cdot \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)}$$

$$\mathbf{f = R \cdot i_o \cdot \sin\omega t + L\omega i_o \cdot \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) + \frac{i_o}{\omega C} \cdot \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)}$$

Ricordando che: $X_L = \omega L$, $X_C = \frac{1}{\omega C}$, $V_R = i_o \cdot R$ ed applicando il teorema di Pitagora al triangolo rettangolo OAB otteniamo: $f_o^2 = V_{oR}^2 + \left(V_{oL} - V_{0C}\right)^2 = i_o^2 R^2 + \left(i_o X_L - i_o X_C\right)^2 = i_o^2\left[R^2 + \left(X_L - X_C\right)^2\right]$

$$i_o = \frac{f_o}{\sqrt{R^2 + \left(X_L - X_C\right)^2}} = \frac{f_o}{\sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} \qquad f_o = i_o \cdot \sqrt{R^2 + \left(X_L - X_C\right)^2} = i_o \cdot \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

$$Z = \frac{f_o}{i_o} = \sqrt{R^2 + \left(X_L - X_C\right)^2} = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

$$i_{eff} = \frac{f_{eff}}{\sqrt{R^2 + \left(X_L - X_C\right)^2}} = \frac{f_{eff}}{\sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} \qquad f_{eff} = i_{eff} \cdot \sqrt{R^2 + \left(X_L - X_C\right)^2} = i_{eff} \cdot \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

$$PQ = OQ \cdot tg\,\varphi \;\Rightarrow\; tg\,\varphi = \frac{PQ}{OQ} = \frac{X_L - X_C}{R} = \frac{L\omega - \frac{1}{\omega C}}{R}$$

$$i(t) = i_o \cdot \sin(\omega t - \varphi) = \frac{f_o}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}} \cdot \sin(\omega t - \varphi) = \frac{f_o}{\sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} \cdot \sin(\omega t - \varphi) = \frac{f_o}{Z} \cdot \sin(\omega t - \varphi)$$

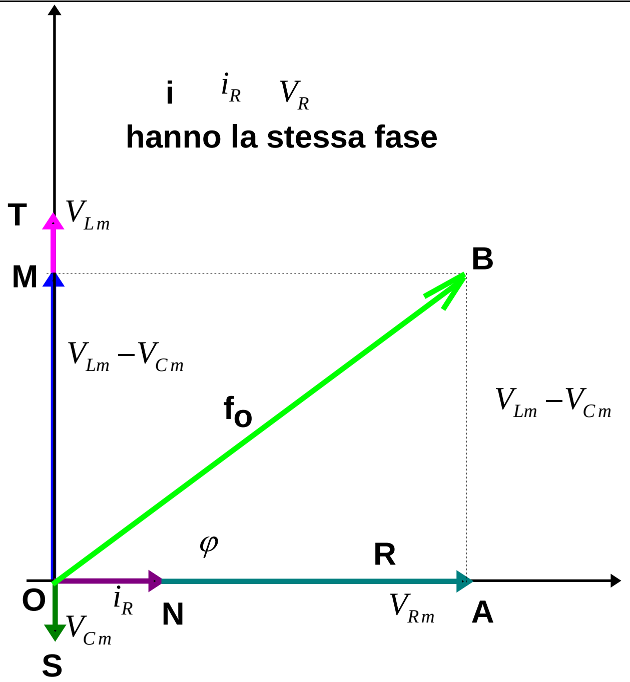


Diagramma vettoriale delle tensioni alternate V_R, V_L, V_C con $V_{oR} = V_{Rm}$, $V_{0L} = V_{Lm}$, $V_{0C} = V_{Cm}$ valori massimi

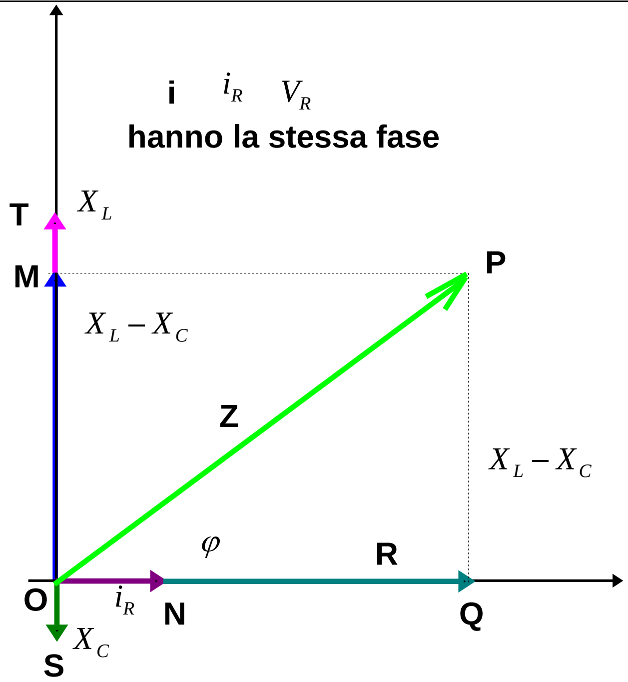
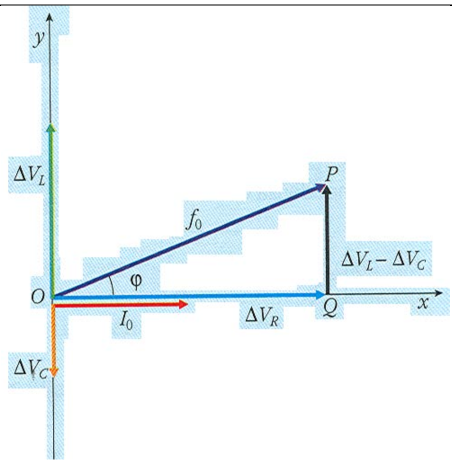


Diagramma vettoriale delle impedenze R, $X_C = \frac{1}{\omega C}$ $\quad X_L = \omega L \quad tg\,\varphi = \frac{X_L - X_C}{R}$

La d.d.p V_R ai capi della resistenza è rappresentato dal modulo del vettore $A - O$ posto sull'asse x; La corrente i_R, che è in **fase** con V_R è rappresentato dal modulo del vettore $N - O$ posto pure sull'asse x. La d.d.p V_L ai capi della bobina di induttanza L ci viene fornito dal modulo del vettore $T - O$ avente la stessa direzione e lo stesso verso dell'asse y in quanto **tale tensione è in anticipo di fase** di $\frac{\pi}{2}$. La d.d.p V_C ai capi del condensatore è rappresentato dal vettore $S - O$ orientato secondo il semiasse negativo delle y in quanto tale **tensione è in ritardo di fase** di $\frac{\pi}{2}$.

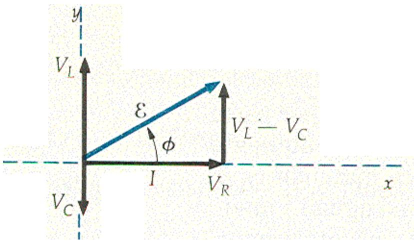
Rappresentazione vettoriale delle tensioni ΔV_R (in azzurro) ai capi del resistore, ΔV_L (in verde) ai capi dell'induttore e ΔV_C (in arancione) ai capi del condensatore di un circuito RLC. La somma vettoriale delle tre tensioni (Vettore $P-O$ in blu) rappresenta la **f.e.m.** di alimentazione, di ampiezza ε_m



Tutti i vettori, tracciati in un certo istante t in cui la corrente assume il valore massimo I_o (vettore in rosso parallelo all'asse x), al variare di t ruotano in senso antiorario intorno ad O con velocità angolare ω costante.

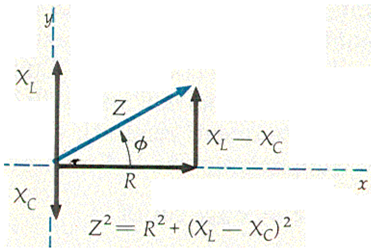
Relazioni di fase tra le tensioni in un circuito RLC in serie.

La tensione V_R ai capi del resistore R è in fase con la corrente ed è rappresentata come un vettore lungo l'asse x. La tensione V_L ai capi dell'induttanza L è in anticipo di 90° sulla corrente, e quindi è rappresentata lungo l'asse y.



La tensione V_C ai capi del condensatore C è in ritardo di fase di 90° sulla corrente, e quindi è rappresentata come un vettore orientato secondo il semiasse negativo delle ordinate. La somma dei vettori che rappresentano queste tensioni è un vettore che forma un angolo φ con la corrente e rappresenta la forza elettromotrice applicata al circuito. Nel caso mostrato qui, V_L è maggiore di V_C e la forza elettromotrice è in anticipo di φ sulla corrente.

Modello vettoriale che permette di mettere in relazione la reattanza capacitiva e quella induttiva, la resistenza, l'impedenza e la differenza di fase in un circuito *LCR*.



Il circuito RLC e le tensioni ai capi della resistenza R, dell'induttanza Z e della capacità C

La tensione alternata $f = f_o \cdot \sin \omega t$ genera, nel circuito RLC, la corrente alternata

$$\mathbf{i = i_o \cdot \sin(\omega t - \varphi)}$$

$\mathbf{V_R = R \cdot i_o \cdot \sin(\omega t - \varphi) = R \cdot i_o \cdot \sin \omega t}$ = tensione ai capi della resistenza ohmica

con $\varphi = 0$ fase tra la tensione ohmica e la corrente alternata **i**

$V_L = Z_L \cdot \sin(\omega t - \varphi) = L \cdot \omega \cdot i_o \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$ = tensione ai capi dell'induttanza L

con $\varphi = \frac{\pi}{2}$ fase tra la tensione induttiva e la corrente alternata i

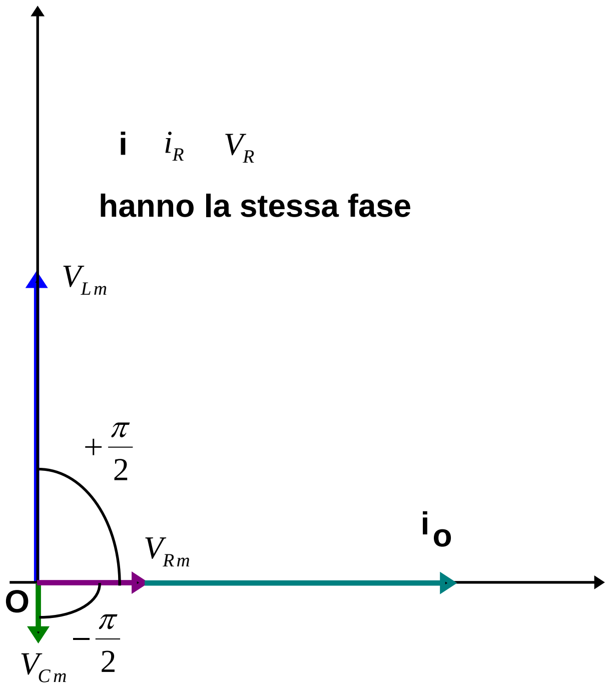
$V_C = Z_C \cdot \sin(\omega t - \varphi) = \frac{i_o}{\omega \cdot C} \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$ = tensione ai capi della capacità C

con $\varphi = -\frac{\pi}{2}$ fase tra la tensione capacitiva e la corrente alternata i $f = V_R + V_L + V_C$

Ogni elemento (R,L,C) del circuito è attraversato dalla corrente $i = i_o \cdot \sin(\omega t - \varphi)$.

La corrente $i(t)$, che attraversa il circuito:

- la stessa fase della tensione ohmica $V_R(t)$
- è in anticipo di fase di $\frac{\pi}{2}$ rispetto alla tensione induttiva $V_L(t)$
- è in ritardo di fase di $\frac{\pi}{2}$ rispetto alla tensione capacitiva $V_C(t)$

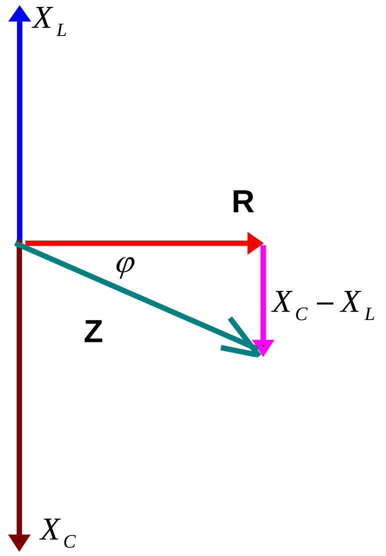
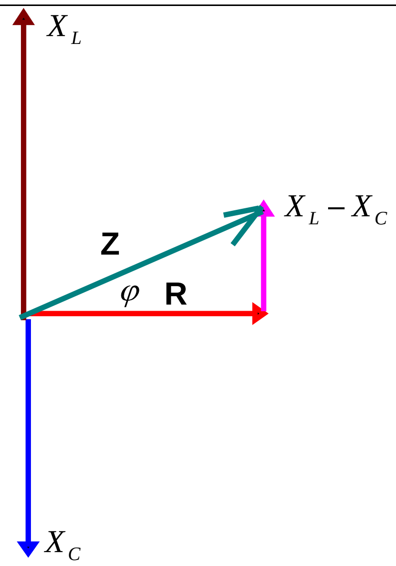
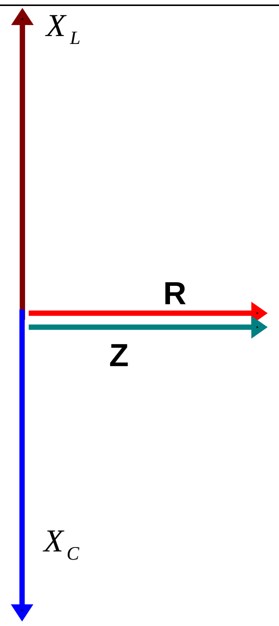


La risonanza nei circuiti RLC in serie

Quando in un circuito RLC la reattanza induttiva uguaglia la reattanza capacitiva ($L \cdot \omega = \frac{1}{\omega \cdot C}$) allora gli effetti dell'induttanza L e della capacità C si compensano. Il circuito RLC si comporta come una resistenza ohmica e si dice che il **circuito è in risonanza**.

$L \cdot \omega = \frac{1}{\omega \cdot C} \Rightarrow tg\,\varphi = 0 \Rightarrow \varphi = 0 \Rightarrow$ la **corrente i è in fase con la tensione** ε

Valgono le seguenti formule: $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ $T = 2\pi\sqrt{LC}$ $f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ è detta frequenza di risonanza in quanto rappresenta la frequenza che deve avere la f.e.m. alternata ε che alimenta il circuito RLC perché in esso circoli una corrente alternata in fase con la tensione alternata. “

 $X_L < X_C$ Il circuito è prevalentemente **capacitivo**	 $X_L > X_C$ Il circuito è prevalentemente **induttivo**	 $X_L = X_C$ Il circuito è in **risonanza**

$\omega \cdot L > \dfrac{1}{\omega \cdot C}$ $\Rightarrow$ $tg\,\varphi > 0$ $\Rightarrow$ $\varphi > 0$ la **corrente** $i = i_m \cdot \sin(\omega t - \varphi)$ è in **ritardo** rispetto alla **tensione** $\varepsilon = \varepsilon_m \cdot \sin \omega t$ $\quad \omega = \dfrac{2\pi}{T} = 2\pi\nu$

$\omega \cdot L < \dfrac{1}{\omega \cdot C}$ $\Rightarrow$ $tg\,\varphi < 0$ $\Rightarrow$ $\varphi < 0$ la **corrente** $i = i_m \cdot \sin(\omega t - \varphi)$ è in **anticipo** rispetto alla **tensione** $\varepsilon = \varepsilon_m \cdot \sin \omega t$

$\omega \cdot L = \dfrac{1}{\omega \cdot C}$ $\Rightarrow$ $tg\,\varphi = 0$ $\Rightarrow$ $\varphi = 0$ la **corrente** $i = i_m \cdot \sin(\omega t - \varphi)$ è in **fase** con la **tensione** $\varepsilon = \varepsilon_m \cdot \sin \omega t$. Siamo in presenza della **risonanza del circuito**.

Il segno dello sfasamento φ dipende dai valori di **L**, **C** e dalla pulsazione ω della tensione $\omega = \dfrac{2\pi}{T} = 2\pi\nu$

Dal caso generale di un circuito **RLC** in corrente alternata scaturiscono i seguenti casi particolari:

a) Circuito RL: $\operatorname{tg}\varphi = \dfrac{\omega L}{R} = \dfrac{X_L}{R}$ $\quad i_m = \dfrac{\varepsilon_m}{\sqrt{R^2 + L^2 \cdot \omega^2}} = \dfrac{\varepsilon_m}{\sqrt{R^2 + X_L^2}}$ $\quad Z = \sqrt{R^2 + L^2 \cdot \omega^2} = \sqrt{R^2 + X_L^2}$

b) Circuito RC: $\operatorname{tg}\varphi = -\dfrac{1}{R\omega C} = -\dfrac{X_C}{R}$ $\quad i_m = \dfrac{\varepsilon_m}{\sqrt{R^2 + \dfrac{1}{\omega^2 \cdot C^2}}} = \dfrac{\varepsilon_m}{\sqrt{R^2 + X_C^2}}$

$$Z = \sqrt{R^2 + \frac{1}{\omega^2 \cdot C^2}} = \sqrt{R^2 + X_C^2}$$

c) Circuito L: $\varphi = \dfrac{\pi}{2}$ $i_m = \dfrac{\varepsilon_m}{\omega L}$ $Z = \omega L$ **d) Circuito C**: $\varphi = -\dfrac{\pi}{2}$ $i_m = \omega C \varepsilon_m$ $Z = \dfrac{1}{\omega C}$

e) Circuito R: $\varphi = 0$ $i_m = \dfrac{\varepsilon_m}{R}$

$i(t)$ = corrente alternata che fluisce nel circuito RLC

V_R = tensione ai capi della resistenza R quando il circuito è attraversato dalla c.a $i(t)$

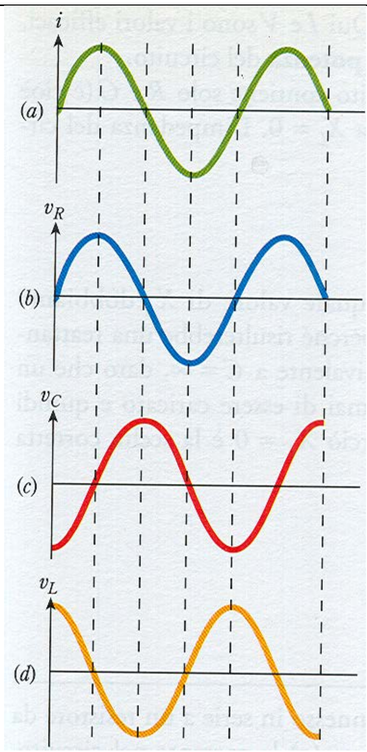
V_C = tensione ai capi della capacità C quando il circuito è attraversato dalla c.a $i(t)$

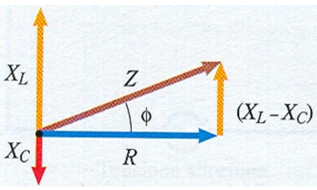
V_L = tensione ai capi dell'induttanza L quando il circuito è attraversato dalla c.a $i(t)$

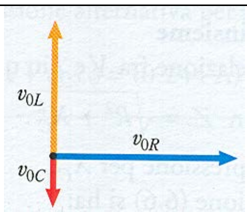
Solo V_R è in fase con la corrente alternata $i(t)$

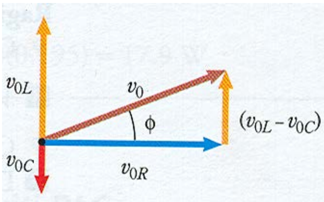
Sia V_C che V_L sono sfasati di $\dfrac{\pi}{2}$ ($\dfrac{1}{4}$ di ciclo)

V_L in anticipo di fase, V_C in ritardo di fase









L'effetto dell'elemento attraversato dalla corrente è espresso dall'**impedenza** Z_o e dallo **sfasamento** φ.

Negli elementi singoli abbiamo trovato:

R	$Z_O = R$	$\varphi = 0$
L	$Z_O = \omega L$	$\varphi = \dfrac{\pi}{2}$
C	$Z_O = \dfrac{1}{\omega L}$	$\varphi = -\dfrac{\pi}{2}$

Impedenza e sfasamento per elementi R, L, C, RLC in serie		
	Impedenza Z_o	**Fase** φ
R	**R**	**0**
L	$L \cdot \omega$	$\frac{\pi}{2}$
C	$\frac{1}{\omega \cdot C}$	$-\frac{\pi}{2}$
RL	$\sqrt{R^2 + \omega^2 \cdot L^2}$	$tg\,\varphi = \frac{L \cdot \omega}{R}$
RC	$\sqrt{R^2 + \frac{1}{\omega^2 \cdot C^2}}$	$tg\,\varphi = -\frac{1}{\omega \cdot C \cdot R}$
LC	$L \cdot \omega - \frac{1}{\omega \cdot C}$	$\pm\frac{\pi}{2}$
RLC	$\sqrt{R^2 + \left(L \cdot \omega - \frac{1}{\omega \cdot C}\right)^2}$	$tg\,\varphi = \frac{L \cdot \omega - \frac{1}{\omega \cdot C}}{R}$

Valori efficaci della corrente alternata e della tensione alternata e la potenza in un circuito RLC

Dicesi valore efficace dell'intensità di una corrente alternata l'intensità che dovrebbe avere una corrente continua per produrre, nelle stesse condizioni di resistenza (impedenza) e nello stesso tempo, una uguale quantità di calore. Risulta: $i_o = i_m = i_{eff} \cdot \sqrt{2}$ $\quad f_o = f_m = f_{eff} \cdot \sqrt{2} = \varepsilon_{eff} \cdot \sqrt{2}$

Anche per le correnti alternate vale la legge di Ohm pur di prendere i valori efficaci di i, f, V e come resistenza l'impedenza Z. Gli strumenti di misura a corrente alternata, come gli amperometri ed i voltmetri, sono generalmente tarati per leggere $i_{eff}, f_{eff}, V_{eff}$. Così se inseriamo un voltmetro in una presa elettrica di casa ed esso legge $220V$, questa è una tensione efficace. Il valore massimo della differenza di potenziale nella presa è: $V_o = V_m = V_{eff} \cdot \sqrt{2} = 220 \cdot \sqrt{2} \approx 310V$

In un circuito ohmico abbiamo: $f_{eff} = i_{eff} \cdot R$

In un circuito induttivo abbiamo $f_{eff} = i_{eff} \cdot Z_L$

In un circuito capacitivo abbiamo $f_{eff} = i_{eff} \cdot Z_C$

In un circuito RL abbiamo $f_{eff} = i_{eff} \cdot Z = i_{eff} \cdot \sqrt{R^2 + Z_L^2}$

In un circuito RC abbiamo $f_{eff} = i_{eff} \cdot Z = i_{eff} \cdot \sqrt{R^2 + Z_C^2}$

In un circuito LC abbiamo $f_{eff} = i_{eff} \cdot Z = i_{eff} \cdot (Z_L - Z_C) = i_{eff} \cdot \left(L \cdot \omega - \frac{1}{\omega \cdot C} \right)$

In un circuito RLC abbiamo $f_{eff} = i_{eff} \cdot Z = i_{eff} \cdot \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} = i_{eff} \cdot \sqrt{R^2 + \left(L \cdot \omega - \frac{1}{\omega \cdot C} \right)^2}$

In un circuito alimentato da una corrente continua la potenza **W** erogata dal generatore avente **f.e.m. costante** ε è data da: $\mathbf{W_{c.c.} = \varepsilon i = \frac{\varepsilon^2}{R} = R i^2}$

In un circuito in corrente alternata i valori di ε e di **i** variano nel tempo, per cui è preferibile calcolare la potenza media, il cui valore si ottiene dividendo per il tempo T di un periodo tutto il lavoro eseguito dal generatore di corrente alternata durante tale tempo.

Se la corrente **i** e la **f.e.m.** ε alternate sono sfasate dell'angolo φ_o $[0 \leq \varphi_o \leq \frac{\pi}{2}]$, angolo che dipende da R, L, C ed ω, si dimostra che la potenza media è data da:

$$\mathbf{W_m = \varepsilon_{eff} \cdot i_{eff} \cdot \cos\varphi_o}$$ Formula di Galileo Ferraris

dove $\cos\varphi_o$ è detto **fattore di potenza**. Il prodotto $\varepsilon_{eff} \cdot i_{eff}$ è detto **potenza apparente**, mentre il prodotto $\mathbf{\varepsilon_{eff} \cdot i_{eff} \cdot \cos\varphi_o}$ è detto **potenza reale**. Per un circuito puramente ohmico è $\varphi_o = 0$ $\cos\varphi_o = 1$ e quindi $W_m = \varepsilon_{eff} \cdot i_{eff}$.

Trasformazione delle tensioni alternate e trasporto dell'energia: trasformatore elettrico

Quando si trasporta energia elettrica su grandi distanze, è conveniente usare alta tensione e bassa intensità di corrente, in modo da rendere minima la perdita di energia per effetto Joule nelle linee di trasmissione. Però l'utilizzazione dell'energia avviene a bassa tensione. Occorre un dispositivo in grado di **aumentare** (o **diminuire**) la tensione alternata senza comportare una perdita apprezzabile di potenza elettrica. Nei sistemi di distribuzione dell'energia elettrica è auspicabile avere a che fare con d.d.p. relativamente basse sia nell'impianto di generazione (la centrale elettrica), sia all'estremità opposta, cioè presso l'utente (abitazione privata o azienda). Quanto detto mette in evidenza una contraddizione tra la richiesta di un efficiente trasporto ad alta tensione e la necessità di una bassa tensione di sicurezza all'atto della generazione e del consumo. Occorre un dispositivo con il quale **aumentare** (per il trasporto) e **diminuire** (per il consumo) la d.d.p. in un circuito, **mantenendo costante il prodotto corrente-tensione**. I dispositivi che assolvono a questa funzione sono i **trasformatori**.

Trasformatore elettrico ideale

Trasformatore elettrico è una macchina elettrica statica (cioè priva di organi in movimento) che converte una **d.d.p**. alternata ε_1 di data frequenza in una **d.d.p**. ε_2 maggiore (**Elevatore** di **Tensione Alternata**) o minore (**Riduttore** di **Tensione Alternata**) di uguale frequenza. Tale conversione avviene per effetto di una induzione elettromagnetica fra due circuiti. **Scopo del trasformatore** è sfruttare in regime di corrente alternata il fenomeno dell'induzione elettromagnetica per aumentare la tensione e diminuire simultaneamente la corrente o viceversa. Infatti una corrente alternata in un circuito induce una **f.e.m.** anch'essa alternata in un circuito vicino. Il Trasformatore più semplice è quello **monofase** a due avvolgimenti, che nelle sue parti essenziali è composto da:

1) un **nucleo di ferro F**, chiuso su se stesso e formato da un insieme di lamine, separate l'una dall'altra da materiale isolante, in modo da ridurre le correnti di **Foucault**

2) un circuito primario P, costituito da un filo conduttore avvolto intorno ad un lato del nucleo di ferro. Agli estremi di tale circuito viene applicata la **f.e.m.** ε_1 alternata che si vuole trasformare, cioè in esso circola la **corrente d'ingresso** i_1.

3) un **circuito secondario S**, costituito da un filo conduttore avvolto attorno al lato opposto a quello sul quale è avvolto il primario. Dalle estremità del **secondario** (dove esiste la **f.e.m.** ε_2) si preleva la corrente i_2 trasformata, detta **Corrente d'uscita**.

Funzionamento del trasformatore

Quando ai capi del circuito primario viene applicata la **f.e.m.** alternata $\boldsymbol{\varepsilon_1}$, le spire di tale circuito vengono percorse da una corrente d'intensità periodicamente variabile. A causa dell'elevato valore della permeabilità magnetica del ferro rispetto al vuoto le linee del campo magnetico passano tutte all'interno del ferro. Le spire del circuito secondario vengono quindi attraversate da un flusso magnetico variabile periodicamente, per cui ai capi del secondario si origina una **f.e.m.** $\boldsymbol{\varepsilon_2}$ indotta variabile periodicamente, cioè una **f.e.m.** alternata. Indicando con N_1 il numero di spire del circuito primario e con Φ_1 il flusso del campo magnetico concatenato con una singola spira, per la legge di Faraday-Newmann la d.d.p. $\varepsilon_1(t)$ ai capi dell'avvolgimento abbiamo:

$$\boldsymbol{\varepsilon_1(t) = -N_1 \cdot \frac{D\Phi_1}{dt}}$$

Analogamente, ai capi dell'avvolgimento secondario, formato da N_2 spire attraversate ciascuna da un flusso Φ_2, si genera la d.d.p. $\varepsilon_2(t)$ (**f.e.m.** indotta): $\boldsymbol{\varepsilon_2(t) = -N_2 \cdot \frac{D\Phi_2}{dt}}$

La presenza del nucleo di ferro fa si che tutte, o quasi, le linee del campo magnetico passanti all'interno dell'avvolgimento primario attraversino anche il secondario. Per questo motivo possiamo ritenere che i flussi Φ_1 e Φ_2 siano uguali.

Dalle due relazioni precedenti, eseguendo il rapporto membro a membro, otteniamo:

$$\frac{\varepsilon_2(t)}{\varepsilon_1(t)}=\frac{-N_2\cdot\frac{D\Phi_2}{dt}}{-N_1\cdot\frac{D\Phi_1}{dt}} \Rightarrow \frac{\varepsilon_2(t)}{\varepsilon_1(t)}=\frac{N_2}{N_1} \Rightarrow \boldsymbol{\varepsilon_2(t)=\frac{N_2}{N_1}\cdot\varepsilon_1(t)}$$ (trasformazione della d.d.p.)

Il rapporto $\tau=\frac{N_1}{N_2}=\frac{\varepsilon_1(t)}{\varepsilon_2(t)}$ si chiama **rapporto di trasformazione**

Nel caso ideale nel quale non si abbia alcuna dissipazione di energia elettrica negli avvolgimenti o nel nucleo, se i_1 e i_2 sono le intensità di corrente in entrata ed in uscita, la potenza elettrica $i_1\cdot\varepsilon_1(t)$ immessa nel primario è uguale alla potenza $i_2\cdot\varepsilon_2(t)$ prelevata dal secondario. Questo ci consente di scrivere: $i_1\cdot\varepsilon_1(t)=i_2\cdot\varepsilon_2(t)$ e dedurre: $\frac{i_1}{i_2}=\frac{\varepsilon_2(t)}{\varepsilon_1(t)}=\frac{N_2}{N_1}$

Se il trasformatore riduce la tensione di un certo fattore, fa aumentare l'intensità di corrente dello stesso fattore e, viceversa, se accresce la tensione, fa diminuire dello stesso fattore l'intensità di corrente

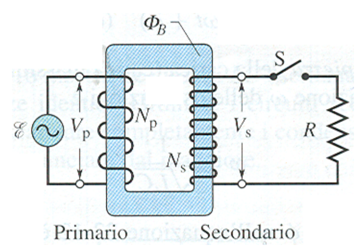
i_1, $\varepsilon_1(t)$, i_2, $\varepsilon_2(t)$ possono anche essere intesi come **valori efficaci** delle correnti e delle tensioni esistenti rispettivamente ai capi del primario e del secondario.

$N_2>N_1 \Rightarrow \varepsilon_2>\varepsilon_1$ il trasformatore è detto **elevatore**,

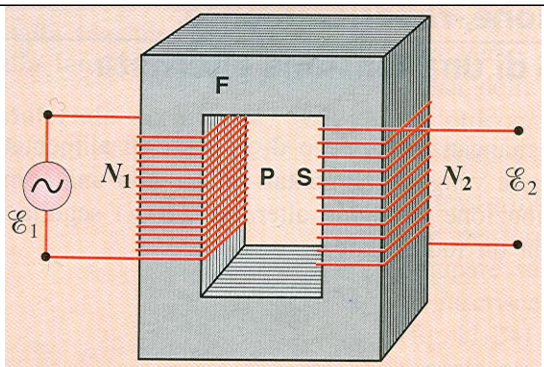
$N_2<N_1 \Rightarrow \varepsilon_2<\varepsilon_1$ il trasformatore è detto **riduttore**,

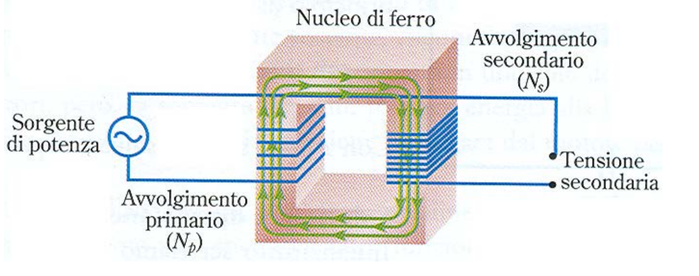
Un trasformatore non può funzionare in corrente continua: infatti una tensione continua costante che dovesse alimentare il primario non indurrebbe alcuna **f.e.m.** nel secondario, perché il flusso concatenato con entrambi gli avvolgimenti sarebbe costante nel tempo.

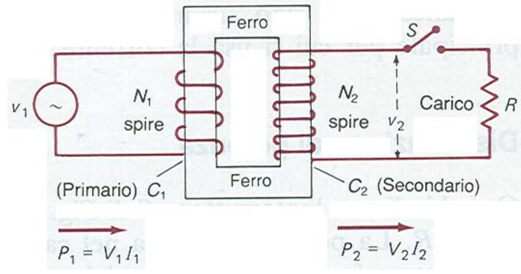
Un **trasformatore ideale** è costituito da 2 bobine avvolte su un nucleo di ferro, inserito in un circuito di trasformazione. Un generatore di **c.a.** lancia una corrente nella bobina di sinistra (il **primario**). La bobina di destra (il **secondario**) è collegata al carico resistivo R quando si chiude l'interruttore S.



Trasformatore. Alimentando il circuito primario con **una f.e.m. alternata** $\varepsilon_1(t)$, nel secondario si genera, per induzione elettromagnetica, una **f.e.m. alternata** $\varepsilon_2(t)$ avente la stessa frequenza



Trasformatore $N_2 > N_1 \quad \Rightarrow \quad \varepsilon_2 > \varepsilon_1$ il trasformatore è detto **elevatore** $N_2 < N_1 \quad \Rightarrow \quad \varepsilon_2 < \varepsilon_1$ il trasformatore è detto **riduttore**	

Una versione semplificata di un **trasformatore monofase**. Per tale trasformatore valgono le seguenti uguaglianze: $\frac{i_1}{i_2} = \frac{\varepsilon_2(t)}{\varepsilon_1(t)} = \frac{N_2}{N_1}$	

Problema (Silva Montalbetti pagina 260)

Fra i due poli A e B di una presa di corrente alternata della rete di distribuzione esiste una differenza di potenziale istantanea $f = f_o \cdot \sin\omega t$. La frequenza di rete è $\nu = 50\,Hz$.

1) Fra A e B si inserisce una resistenza ohmica $R = 100\,\Omega$. Un amperometro per corrente alternata ci indica che l'intensità efficace della corrente che attraversa il circuito è $i_{eff} = 2,2\,A$. Scrivere l'espressione della differenza di potenziale istantanea ai capi A e B.

$$i = i_o \cdot \sin\omega t \qquad f = f_o \cdot \sin\omega t \qquad \omega = 2\pi\nu = 6,28 \cdot 50 = 314\frac{rad}{s} = 100\pi\frac{rad}{s}$$

$$i = i_{eff} \cdot \sqrt{2} = 2,2 \cdot \sqrt{2} = 3,1\,A \qquad f_o = R \cdot i_o = 100 \cdot 3,1 = 310\,V = 220\sqrt{2}\,V$$

$$\mathbf{f = 220\sqrt{2} \cdot \sin 100\pi t = 220\sqrt{2} \cdot \sin 314 t = 310 \cdot \sin 314 t}$$

2) Si toglie la resistenza R e si inserisce tra A e B una bobina di induttanza L della quale si trascura la resistenza ohmica. L'amperometro misura ancora $i_{eff} = 2,2\,A$. Calcolare il coefficiente di autoinduzione della bobina.

$$f_o = \frac{i_o}{L\omega} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{L = \frac{f_o}{i_o \cdot \omega} = \frac{310}{3,1 \cdot 314} = 0,32\,H}$$

3) Tra A de B si inseriscono in serie la resistenza R e l'induttanza L dei casi precedenti. Scrivere l'espressione dell'intensità istantanea i della corrente alternata che attraversa il circuito.

$i = i_o \cdot \sin(\omega t - \varphi)$ dobbiamo calcolare i_o e φ. $tg\,\varphi = \frac{\omega L}{R} = \frac{314 \cdot 0,32}{100} = 1,0048 \sim 1 \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{4}$

$$i_o = \frac{f_o}{Z} = \frac{f_o}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} = \frac{310}{\sqrt{10000 + 1096}} = \frac{310}{141,76} 0 2,2\,A$$

$$\mathbf{i = i_o \cdot \sin(\omega t - \varphi) = 2,2 \cdot \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{4}\right) = 2,2 \cdot \sin\left(100\pi t - \frac{\pi}{4}\right)}$$

4) Tra A de B si inseriamo anche un condensatore di capacità C. Calcolare il valore di C affinché l'intensità efficace della corrente sia ancora $i_{eff} = 2,2\,A$. (Circuito RLC)

$$Z = \frac{f_o}{i_o} = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \quad \Rightarrow \quad f_o = i_o \cdot Z = i_{eff} \cdot \sqrt{2} \cdot Z$$

La tensione applicata ai capi A e B del circuito RLC è sempre la stessa, cioè con la tensione applicata al circuito iniziale quando era presente soltanto la resistenza ohmica.

Per tale circuito avevamo trovato $f_o = R \cdot i_o = R \cdot i_{eff} \cdot \sqrt{2}$

$$f_o = i_o \cdot Z = i_{eff} \cdot \sqrt{2} \cdot Z \quad \text{et} \quad f_o = R \cdot i_o = R \cdot i_{eff} \cdot \sqrt{2} \ \Rightarrow \ R = Z \ \Rightarrow \ R^2 = Z^2 \ \Rightarrow \ L\omega - \frac{1}{\omega C} = 0 \ \Rightarrow$$

$L\omega = \dfrac{1}{\omega C}$ Il circuito RLC è in condizione di risonanza.

$$L\omega = \frac{1}{\omega C} \ \Rightarrow \ \mathbf{C = \frac{1}{\omega^2 L} = \frac{1}{(314)^2 \cdot 0,32} = \frac{1}{31550,72} = 3,17 \cdot 10^{-5}\, F}$$

5) Calcolare le differenze di potenziale istantanee ai capi di R, L, C.

$$\mathbf{V_R = R \cdot i_o \cdot \sin(\omega t - \varphi) = R \cdot i_o \cdot \omega t = 220\sqrt{2} \cdot \sin 100\pi t}$$

$$\mathbf{V_L = Z_L \cdot \sin(\omega t - \varphi) = L \cdot \omega \cdot i_o \cdot \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) = L \times \omega \cdot i_{eff} \cdot \sqrt{2} \cdot \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) = 220\sqrt{2} \cdot \sin\left(100\pi t - \frac{\pi}{2}\right)}$$

$$\mathbf{V_C = Z_C \cdot \sin(\omega t - \varphi) = \frac{i_o}{\omega \cdot C} \cdot \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = \frac{i_{eff} \cdot \sqrt{2}}{\omega \cdot C} \cdot \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = 220\sqrt{2} \cdot \sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{2}\right)}$$

Il valore massimo della tensione ai capi di C è uguale al valore massimo della tensione ai capi di L.

In un circuito RLC abbiamo: $R = 160\,\Omega$, $C = 15\,\mu F$, $L = 230\,mH$, $\nu = 60\,Hz$, $f_o = 36\,V$.

Calcolare: a) L'ampiezza della corrente b) la costante di fase φ.

a) $i_o = \dfrac{f_o}{Z} \qquad Z = \dfrac{f_o}{i_o} = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \dfrac{1}{\omega C}\right)^2}$

$$X_L = \omega L = 2\pi\nu = (6,28) \cdot 60 \cdot 230 \cdot 10^{-3} = 86,7\,\Omega \qquad X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{(6,28) \cdot 60 \cdot 15 \cdot 10^{-6}} = \frac{10^5}{565,2} = 177\,\Omega$$

$$Z = \sqrt{25600 + (90,3)^2} = \sqrt{25600 + 8154,09} = \sqrt{33754,09} = 184\,\Omega \qquad \mathbf{i_o = \frac{f_o}{Z} = \frac{36}{184} = 0,196\, A}$$

b) $tg\,\varphi = \dfrac{X_L - X_C}{R} = \dfrac{86,7 - 177}{160} = -0,564$

$\varphi = \text{arctg}(-0,564) = -\text{arctg}(0,564) = -29,42° \sim -0,513\,rad$

Siamo in presenza di un circuito prevalentemente capacitivo.