Il primo principio di Kirchhoff

Si definisce nodo (o punto di diramazione) un punto di un circuito elettrico comune a tre o più conduttori . Per maglia intendiamo un qualsiasi percorso chiuso di un circuito elettrico che gode della seguente proprietà: <<partendo da un punto qualsiasi di questo percorso e percorrendo i suoi rami una sola volta si ritorna nello stesso punto.>> Quindi per definire una **maglia** si pensi di partire da un nodo e di muoversi lungo i conduttori del circuito in modo da ritornare al punto di partenza senza percorrere mai più di una volta ogni conduttore . Ogni percorso di questo genere prende il nome di **maglia**.

1) primo principio di Kirchhoff **o** legge dei nodi **o** legge delle correnti

<< **La somma algebrica delle correnti che confluiscono in un nodo è nulla** >> , cioè la somma delle correnti che entrano in un nodo è uguale alla somma delle correnti che escono dal nodo.

$$\sum_{k=1}^{n} i_k = 0$$

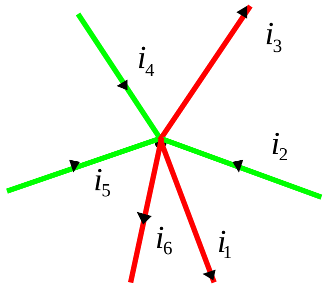
Questa legge è una immediata conseguenza della **legge di conservazione della carica elettrica**.

Nel caso della figura abbiamo:

$$i_2 + i_4 + i_5 - i_1 - i_3 - i_6 = 0$$

ed anche:

$$i_2 + i_4 + i_5 = i_1 + i_3 + i_6$$



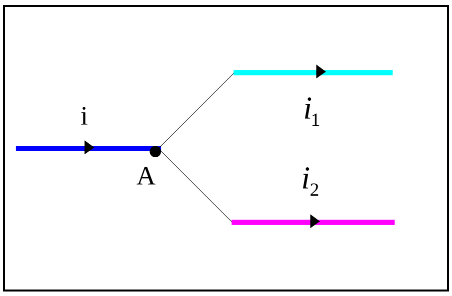


Illustrazione del primo principio di Kirchhoff (o legge dei nodi o legge delle correnti) . Poiché non si può creare né accumulare carica elettrica nel punto A , la corrente **i** che entra nel punto A deve essere uguale alla somma $i_1 + i_2$ delle correnti che ne escono

2) Secondo principio di Kirchhoff o teorema delle maglie o legge delle differenze di potenziale

In una maglia di conduttori la somma algebrica delle **f.e.m.** attive lungo i successivi rami è uguale alla somma algebrica dei prodotti delle intensità di corrente per le rispettive resistenze dei singoli rami della maglia, cioè **in una maglia elettrica la somma algebrica delle** $f.e.m.$ **uguaglia la somma algebrica delle cadute di potenziale prodotte dalle correnti che circolano nei rami della maglia**.

Dette R_k , i_k , ε_k la **resistenza** , l'**intensità di corrente**, la **f.e.m.** del ramo k-esimo , si ha :

$$\sum_{k=1}^{n} \varepsilon_k = \sum_{k=1}^{n} i_k \cdot R_k \qquad [1]$$

cioè, la somma algebrica delle **f.e.m.** e delle **d.d.p.** lungo un attraversamento completo della maglia è sempre zero :

$$\sum_{k=1}^{n} \varepsilon_k + \sum_{k=1}^{n} i_k \cdot R_k = 0 \qquad [2]$$

Il secondo principio di Kirchhoff scaturisce dalla semplice considerazione che in regime stazionario la $d.d.p.$ tra due punti qualsiasi del circuito è **costante** . Quando ci si sposta lungo un circuito chiuso come la maglia il potenziale può diminuire o aumentare , se si passa attraverso un resistore o una pila , ma quando si è percorsa completamente la maglia e si è tornati al punto di partenza , la **variazione totale** deve essere nulla **.** Questa legge può essere posta in relazione con la **conservazione dell'energia** anzi può essere considerata come una conseguenza del **principio di conservazione dell'energia** . Infatti , se abbiamo una carica **q** in un certo punto in cui il potenziale è **V** , la sua energia potenziale è qV . Quando la carica attraversa la maglia nel circuito , essa perde o acquista energia passando attraverso resistori e pile , ma quando torna al suo punto di partenza la sua energia deve essere di nuovo qV .

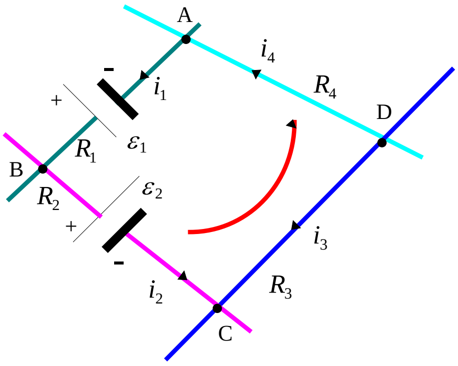
Se le resistenze interne delle diverse pile presenti nella maglia non sono trascurabili allora la seconda legge di Kirchhoff va scritta nella seguente maniera :

$$\sum_{k=1}^{n} \varepsilon_k = \sum_{k=1}^{n} i_k \cdot R_k + \sum_{s=1}^{n} i_s \cdot r_s$$

Entrambe queste sommatorie vanno intese come somme algebriche nel senso che , fissato un verso positivo di percorrenza della maglia, (per esempio quello antiorario) vanno considerate come positive le correnti che circolano in quel verso e come negative le correnti che circolano in verso opposto.

Per le $f.e.m.$ vale la convenzione di prenderle positive se tendono a fare circolare la corrente nel verso positivo che è quello che va dal polo negativo della pila al polo positivo della pila.

• Se , dopo avere risolto il problema , una corrente risulterà espressa da un numero negativo , ciò starà a significare che essa circola in senso inverso a quello prescelto ed indicato dalla freccia sul circuito . Quindi , se il verso prescelto per la corrente che circola nel ramo considerato è quello reale otterremo un valore positivo . Se , al contrario , otterremo un valore negativo allora il significato di questo risultato è che la corrente circolerà in senso inverso a quello indicato dalla freccia .



Applico la seconda legge di Kirchhoff alla maglia della figura. Otteniamo :

$$\varepsilon_1 - \varepsilon_2 = R_1 i_1 + R_2 i_2 - R_3 i_3 + R_4 i_4$$

Il secondo principio di Kirchhoff utilizzando la relazione $\sum \varepsilon_k = \sum i_k \cdot R_k$

1) La corrente convenzionalmente fluisce dal polo (+) al polo (-) nel circuito esterno e dal polo (-) al polo (+) all'interno del generatore.

2) Per scrivere correttamente coi loro segni le equazioni $\sum \varepsilon_k = \sum i_k \cdot R_k$ si fissa arbitrariamente un verso di percorrenza sulla maglia. Esso può essere orario oppure antiorario (nel caso della figura è antiorario) .

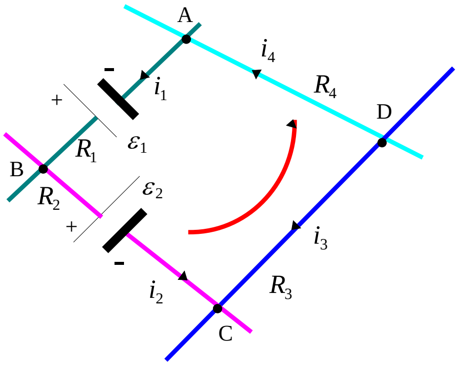
3) Si fissano, arbitrariamente, i versi delle correnti i_k nei singoli conduttori della maglia senza mai cambiarli fino alla soluzione del problema. Se, dopo avere fissato a piacere in ogni ramo della maglia un verso di percorrenza della corrente ed avere risolto il sistema lineare con le correnti incognite, troviamo un valore positivo per la corrente allora il verso convenzionale e quello reale della corrente i_k considerata coincidono. Se, invece, troviamo un valore negativo allora il verso convenzionale della corrente i_k considerata non coincide con quello reale.

4) Si considerano **positive** le $f.e.m.$ **concordi** col verso di percorrenza della maglia. Questo significa che, percorrendo il perimetro della maglia secondo il verso fissato in precedenza sulla maglia, se attraversiamo la $f.e.m.$ ε_k dal morsetto (-) al morsetto (+) essa va preso col segno **positivo** altrimenti va preso col segno **negativo** .

5) i prodotti $R_k i_k$ vanno presi col segno (+) se il verso della corrente i_k (scelto inizialmente in maniera arbitraria) coincide col verso di percorrenza della maglia, col segno (-) in caso contrario

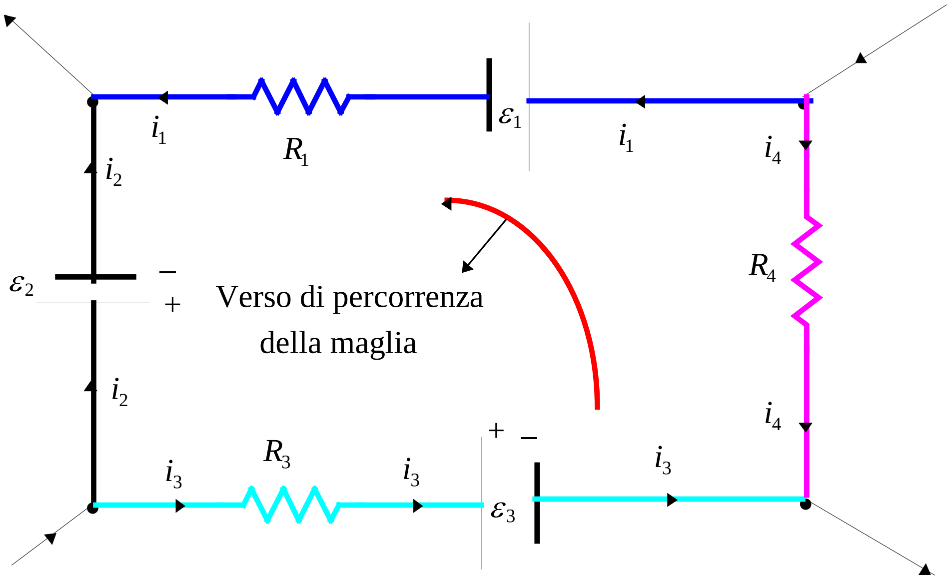
6) A soluzione ultimata se per i_k troviamo un valore positivo allora il verso arbitrariamente assegnato a i_k è quello reale, se invece troviamo un valore negativo allora il verso reale è opposto a

quelle arbitrariamente fissato. Se alla fine troviamo $i_3 = -5A$, allora il verso reale della corrente i_3 è opposto a quello prescelto arbitrariamente all'inizio.



Applico la seconda legge di Kirchhoff alla maglia della figura. Otteniamo :

$$\varepsilon_1 - \varepsilon_2 = R_1 i_1 + R_2 i_2 - R_3 i_3 + R_4 i_4$$



$$\varepsilon_2 - \varepsilon_1 - \varepsilon_3 = R_1 i_1 + R_3 i_3 - R_4 i_4$$

7) Se applico il secondo principio di **Kirchhoff** nella forma $\sum_{k=1}^{n} \varepsilon_k + \sum_{k=1}^{n} i_k \cdot R_k = 0$ allora la convenzione dei segni è la seguente :

- Supponiamo di attraversare il perimetro della maglia nel verso della maglia preventivamente fissato
- ε_k va presa col segno **(+)** [col segno **(-)**] se attraversiamo ε_k dal polo negativo a quello positivo (dal polo positivo a quello negativo)
- $i_s\, R_s$ va preso col segno **(-)** [col segno **(+)**] se la corrente i_s **ha** (**non ha**) lo stesso verso di quello preventivamente fissato sulla maglia.

8) In un circuito ad una sola maglia c'è un solo percorso lungo il quale si applica il teorema della maglia e la corrente è la stessa in tutti i punti di questo percorso. Nei circuiti a più maglie vi è più di un percorso e la corrente, in generale, non sarà la stessa in tutti i punti di ogni percorso.

9) In una rete comunque complessa in corrente continua, le equazioni tra loro indipendenti tra le grandezze R_k, i_k, ε_k fornite dai due principi di Kirchhoff, sono proprio in numero uguale a quelle dei rami della rete.

● Data una **rete** di conduttori, comunque complessa, le due leggi di Kirchhoff ci permettono di scrivere una equazione lineare nelle intensità delle correnti per ogni nodo della rete ed una equazione lineare per ogni maglia. In generale se si scrivono tutte le equazioni che si possono ottenere in tal modo si ha un numero di equazioni superiore a quello delle incognite in quanto esse non sono tutte indipendenti tra loro. Se le incognite da determinare sono **n** in quanto **n** sono le correnti da determinare, basterà scegliere fra tutte le equazioni ottenute applicando i due principi di Kirchhoff **n** **equazioni** fra loro **indipendenti**. Le incognite possono essere calcolate con la regola di **Cramer** una volta che siano note le resistenze dei singoli conduttori e le $f.e.m.$ inserite nella rete.

Per scrivere tutte, e sole, tali equazioni indipendenti servono le due norme seguenti:

a) Il **primo principio di Kirchhoff** deve essere applicato a tutti i nodi tranne uno, dà quindi tante equazioni indipendenti quanti sono i nodi meno uno.

b) Il **secondo principio di Kirchhoff** si applica a tutte, e sole, le maglie indipendenti e queste si determinano così:

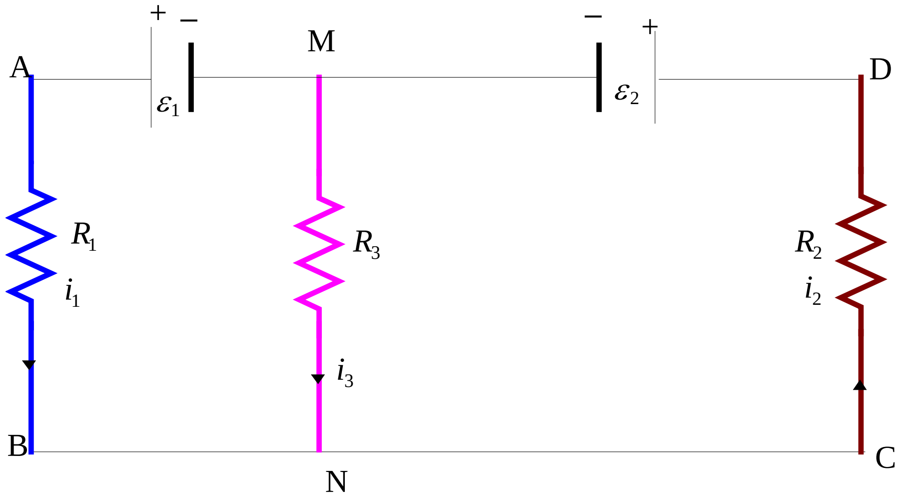
- si applichi il secondo principio di Kirchhoff ad una prima maglia, indi la si tagli idealmente in uno dei suoi rami
- si ripeta l'operazione ad un'altra maglia della rete, ma l'applicazione del secondo principio di Kirchhoff ad maglia che contenga sia pure un solo ramo già precedentemente tagliato, è inutile: ne risulterebbe un'equazione già conseguenza delle altre .

Di solito, nella risoluzione dei problemi, applicheremo il **primo principio di Kirchhoff** nella forma $$\sum_{k=1}^{n} i_k = 0$$

ed il **secondo principio di Kirchhoff** nella forma $$\sum_{k=1}^{n} \varepsilon_k + \sum_{k=1}^{n} i_k \cdot R_k = 0$$

Si immagini di percorrere l'intera maglia partendo da un punto qualsiasi della maglia. Le grandezze ε_k vanno prese col segno (+) [(-)] se **attraversiamo il generatore** dal polo negativo al polo positivo (dal polo positivo al polo negativo), il prodotti $i_k R_k$ va preso col segno (-) [(+)] se il verso arbitrariamente scelto in precedenza per la corrente i_k coincide (non coincide) col verso dei percorrenza dell'attraversamento completo dell'intera maglia.

In questo caso non occorre fissare un verso di percorrenza della maglia, occorre solo fissare i versi delle correnti i_k, in quanto percorrere l'intera maglia è equivalente a scegliere un verso di percorrenza su di essa. .



Applico il teorema alla maglia ABCDA e considero **A** come punto di partenza e di arrivo:

$$-R_1 i_1 - R_2 i_2 - \varepsilon_2 + \varepsilon_1 = 0$$

Applico il teorema alla maglia ABNMA e considero A come punto di partenza e di arrivo:

$$-R_1 i_1 + R_3 i_3 + \varepsilon_1 = 0$$

Applico il teorema alla maglia MNCDM e considero M come punto di partenza e di arrivo:

$$-R_3 i_3 - R_2 i_2 - \varepsilon_2 = 0$$

La **d.d.p.** tra due punti di una maglia

1) Si fissa arbitrariamente un verso positivo di circolazione nella maglia, ad esempio quello antiorario.

2) Si fissa arbitrariamente un verso positivo alle correnti $\mathbf{i_k}$ di ogni ramo della maglia. Questa scelta non è necessaria se in precedenza, applicando i due principi di Kirchhoff, conosciamo i segni delle correnti $\mathbf{i_k}$ e quindi anche il loro verso reale.

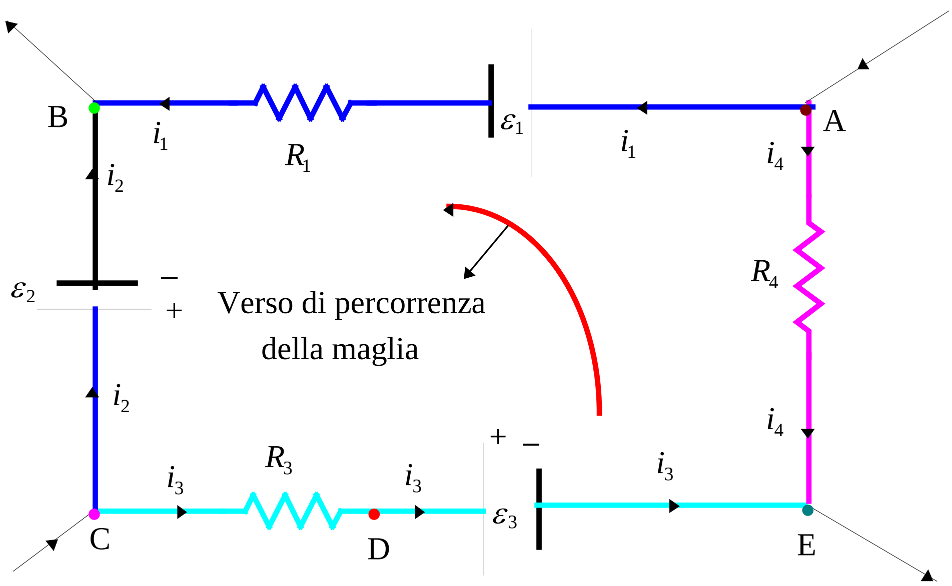
3) $\boldsymbol{\varepsilon_k}$ è positiva (negativa) se la corrente $\mathbf{i_k}$ attraversa il generatore dal polo negativo (positivo) al polo positivo (negativo).

4) il prodotto $\mathbf{R_k}\,\mathbf{i_k}$ va preso col segno negativo (positivo) se la corrente $\mathbf{i_k}$ che attraversa $\mathbf{R_k}$ ha (non ha) lo stesso verso di percorrenza fissato in precedenza sulla maglia.

5) Sommando algebricamente il potenziale $\mathbf{V_A}$ nel punto A del ramo di una maglia le variazioni di potenziale (comprese le **f.e.m.** $\boldsymbol{\varepsilon_k}$) che si incontrano fino ad un altro punto B della maglia, si ottiene il potenziale $\mathbf{V_B}$ nel punto B.

6) Consideriamo la maglia $ABCD$ della figura che comprende 3 **f.e.m.** $(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3)$,

4 resistenze (R_1, R_2, R_3, R_4) e 4 correnti (i_1, i_2, i_3, i_4).



7) Per calcolare la **d.d.p.** $V_A - V_B$ lungo il percorso AB si procede come segue:

Si parte dal punto A e si raggiunge il punto B. Otteniamo:

$$V_A - \varepsilon_1 - R_1 i_1 = V_B \quad \Rightarrow \quad \mathbf{V_A - V_B = \varepsilon_1 + R_1 i_1}$$

Ho scritto $\mathbf{-R_1 i_1}$ in quanto la corrente ε_1 che circola nel ramo AB della maglia ha lo stesso verso di percorrenza sulla maglia.

Se, invece, parto dal punto A e raggiungo il punto B attraverso il percorso $AEDCB$ debbo scrivere:

$$V_A + R_4 i_4 + \varepsilon_3 - R_3 i_3 - \varepsilon_2 = V_B \quad \Rightarrow \quad \mathbf{V_A - V_B = \varepsilon_2 - \varepsilon_3 + R_3 i_3 - R_4 i_4}$$

8) Per calcolare la **d.d.p.** $V_A - V_C$ lungo il percorso ABC si procede come segue:

Si parte dal punto A e si raggiunge il punto C passando per il punto B. Otteniamo:

$$V_A - \varepsilon_1 - R_1 i_1 + \varepsilon_2 = V_C \quad \Rightarrow \quad \mathbf{V_A - V_C = \varepsilon_1 - \varepsilon_2 + R_1 i_1}$$

9) Per calcolare la **d.d.p.** $V_A - V_D$ lungo il percorso $ABCD$ si procede come segue:

Si parte dal punto A e si raggiunge il punto D attraverso il percorso $ABCD$ debbo scrivere:

$$V_A - \varepsilon_1 - R_1 i_1 + \varepsilon_2 - R_3 i_3 = V_D \quad \Rightarrow \quad \mathbf{V_A - V_D = \varepsilon_1 - \varepsilon_2 + R_1 i_1 + R_3 i_3}$$

10) Per calcolare la **d.d.p.** $V_A - V_E$ lungo il percorso $ABCDE$ si procede come segue:

Si parte dal punto A e si raggiunge il punto E attraverso il percorso $ABCDE$ debbo scrivere:

$$V_A - \varepsilon_1 - R_1 i_1 + \varepsilon_2 - R_3 i_3 - \varepsilon_3 = V_E \quad \Rightarrow \quad \mathbf{V_A - V_E = \varepsilon_1 - \varepsilon_2 + \varepsilon_3 + R_1 i_1 + R_3 i_3}$$

Lungo il percorso AE abbiamo: $V_A + R_4 i_4 = V_E \quad \Rightarrow \quad \mathbf{V_A - V_E = -R_4 i_4}$

Calcolo di reti elettriche

Si definisce **rete** un sistema comprendente due o più nodi o maglie. Una **maglia** può contenere diversi nodi e comprendere **rami** che collegano un nodo con un altro. Ogni **ramo** a sua volta può contenere varie resistenze o anche elementi di circuito.

Un nodo della rete collegato ad un corpo mantenuto ad un potenziale costante e noto (cioè **messo a terra**) costituisce un **nodo di riferimento**, nel senso che i potenziali di tutti gli altri punti della rete possono essere convenientemente riferiti ad esso . [§§]

In una **rete** distinguiamo:

1) i **nodi** che sono punti in cui confluiscono almeno tre rami

2) i **rami** che sono tratti di circuito compresi tra due nodi

3) le **maglie** che sono un insieme di più rami costituenti un circuito chiuso

4) le **correnti** che sono tante quanti sono i rami della rete.

Normalmente il calcolo di una **rete elettrica** consiste nella determinazione delle correnti in ciascun ramo, noti i valori delle $f.e.m.$ e delle resistenze presenti nella rete.

Se **r** è il numero dei rami della rete, per il calcolo delle **r** correnti occorre scrivere e risolvere un sistema di **r** equazioni fra loro indipendenti in **r** incognite [A] Ciò è possibile applicando ambedue i principi di Kirchhoff. Se **N** è il numero dei nodi , si può applicare il primo principio di Kirchhoff ad $N-1$ [B] Il sistema lineare costituito da **r** equazioni si ottiene scrivendo altre $r-(N-1)$ equazioni lineare applicando il secondo principio di Kirchhoff alle maglie . Anche queste equazioni lineari debbono essere fra loro indipendenti , cioè occorre evitare di considerare maglie in cui i rami siano percorsi più volte. Una buona norma è quella di tagliare un ramo dalla maglia che si è considerata in modo da aprire il relativo circuito e procedere considerando altre maglie fino a che non esistono più circuiti chiusi . In molti casi quando si studia un circuito la direzione corretta della corrente può essere determinata solo procedendo per tentativi . Se i calcoli sono esatti l'analisi fornisce non solo il valore corretto della corrente ma anche il suo verso . Se si trova un valore negativo per una determinata corrente ciò significa semplicemente che il verso della corrente nel ramo considerato è opposto a quello assunto inizialmente .

[§§] Se il circuito è isolato si può arbitrariamente porre uguale a zero il potenziale del nodo a potenziale più basso
[A] Tante quante sono le correnti
[B] L'applicazione del primo principio di Kirchhoff al nodo ennesimo darebbe luogo ad una equazione combinazione lineare che non sarebbe indipendente

L'analisi dei circuiti

Applicando in modo sistematico le leggi di Kirchhoff possiamo analizzare qualsiasi rete composta da resistenze e da $f.e.m.$ costanti determinando la corrente in ognuno dei rami ed il potenziale in ogni nodo. Esistono tre diversi metodi di analisi che sono fra loro equivalenti e conducono agli stessi risultati.

Analisi per rami (Metodo dei Nodi)

01) In questo caso consideriamo la corrente i_k che circola in ogni ramo di ciascuna maglia del circuito. Scelgo ad arbitrio il verso della corrente i_k in ogni ramo. Se, dopo avere risolto il problema, trovo un valore negativo per i_k allora il verso reale di i_k è opposto a quello scelto inizialmente ad arbitrariamente.

02) Se i nodi del circuito sono **N**, applico il **primo principio di Kirchhoff** ad **N-1** nodi .

03) Se **M** è il numero delle maglie indipendenti della rete, allora applico ad esse il **secondo principio di Kirchhoff** nella forma $\sum \boldsymbol{\varepsilon}_\mathbf{k} = \sum \mathbf{i}_\mathbf{k} \cdot \mathbf{R}_\mathbf{k}$ dove, questa volta, i_k è la corrente del ramo e non la corrente della maglia

04) Immagino di percorrere la maglia nel verso prefissato. Se la corrente attraversa il generatore di tensione dal polo negativo al polo positivo (dal polo positivo al polo negativo) prendo ε col segno **positivo** (**negativo**) . $R_k\, i_k$ va preso col segno **positivo** (**negativo**) se la corrente del ramo k ha (non ha) lo stesso verso della maglia.

05) Trovo tante equazioni quante sono le correnti incognite dei rami del circuito .

Come caso particolare consideriamo la **rete** della figura che comprende 4 **nodi** , sei **rami** nei quali passano le correnti i_1 , i_2 , i_3 , i_4 , i_5 , i_6 e due $f.e.m.$ costanti ε_1 , ε_2 . Per risolvere il circuito in funzione delle correnti nei rami occorre definire un sistema di 6 equazioni fra loro indipendenti .

Applicando la prima legge di Kirchhoff ai nodi A , B , C otteniamo :

$$\begin{cases} i_3 + i_4 - i_2 = 0 & \text{nodo A} \quad (\gamma) \\ i_2 + i_6 - i_1 = 0 & \text{nodo B} \quad (\gamma_1) \\ i_1 + i_5 - i_3 = 0 & \text{nodo C} \quad (\gamma_2) \end{cases} \qquad \textbf{[M]}$$

D è il nodo di riferimento

Applichiamo la seconda legge di Kirchhoff alle tre maglie indicate in figura coi relativi versi di percorrenza .

$$\begin{cases} \varepsilon_1 = R_1 i_1 + R_6 i_6 - R_5 i_5 & \text{per la maglia N° 1} \\ \varepsilon_2 = R_2 i_2 + R_4 i_4 - R_6 i_6 & \text{per la maglia N° 2} \\ -\varepsilon_2 = R_3 i_3 - R_4 i_4 + R_5 i_5 & \text{per la maglia N° 3} \end{cases} \qquad [\rho]$$

La terza equazione del sistema lineare [ρ] può essere scritta così:

$$\varepsilon_2 = -R_3 i_3 + R_4 i_4 - R_5 i_5 \qquad \text{per la maglia N° 3}$$

L'equazione di ogni altra maglia è una opportuna combinazione lineare delle tre precedenti o di due di esse. Abbiamo ottenuto un sistema lineare di 6 equazioni indipendenti nelle incognite i_1, i_2, i_3, i_4, i_5, che possiamo risolvere utilizzando il teorema di Cramer.

Il potenziale di ogni punto del circuito rispetto al nodo di riferimento ($V_D = 0$) può essere determinato sommando le cadute di potenziale lungo un percorso qualunque compreso tra il punto considerato ed il nodo di riferimento . Mi calcolo il potenziale V_A andando da A a D passando attraverso il generatore . $\boxed{V_A + \varepsilon_2 - R_4 i_4 = V_D}$

- quando si attraversa un conduttore avente resistenza **R** si ha una diminuzione di potenziale pari ad Ri e quindi al potenziale di partenza bisogna aggiungere $-Ri$
- quando si attraversa una $f.e.m.$ dal $(-)$ al $(+)$ si ha un aumento di potenziale e quindi al potenziale di partenza bisogna aggiungere ε , in caso contrario si ha una diminuzione di potenziale e quindi al potenziale di partenza bisogna aggiungere $-\varepsilon$. Nel nostro caso è $V_D = 0$ per cui possiamo scrivere : $\boxed{V_A = R_4 i_4 - \varepsilon_2}$ $(\times)$

Mi calcolo il potenziale V_B andando dal nodo **B** al nodo **D** : $V_B - R_6 i_6 = V_D$ $\boxed{V_B = R_6 i_6}$ $(\times\times)$

Mi calcolo il potenziale V_C andando dal nodo **C** al nodo **D** : $V_C - R_5 i_5 = V_D$ $\boxed{V_C = R_5 i_5}$ $(\times\times\times)$

Analisi per maglie (Metodo delle maglie)

01) Si individuano le **M** maglie indipendenti e si fissa arbitrariamente il verso della corrente di maglia I_k di ciascuna maglia [43]

02) Applichiamo a ciascuna maglia indipendente il **secondo principio di Kirchhoff** la cui struttura è del tipo $\sum \boldsymbol{\varepsilon}_\mathbf{k} = \sum \mathbf{i}_\mathbf{k} \cdot \mathbf{R}_\mathbf{k}$

[43] indichiamo con I_k la corrente di ciascuna maglia e con i_k la corrente di ciascun ramo della maglia o del circuito

03) Immaginiamo di percorrere il contorno di ciascuna maglia (ad esempio) nel verso (scelto arbitrariamente) per la corrente I_k della maglia k.

ε_k va presa col segno positivo (negativo) **se la corrente di maglia** I_k attraversa ε_k dal polo negativo a quello positivo (dal polo positivo a quello negativo).

$R_k\, I_k$ va preso col **segno** + (-) se il verso di percorrenza del contorno della maglia coincide col verso della corrente di maglia I_k

04) La resistenza R_k può essere percorsa contemporaneamente dalla corrente I_k della maglia k e dalla corrente I_s della maglia s e non è detto che i due versi debbano coincidere

05) Qualche volta la corrente di un ramo può coincidere con la corrente di una maglia; altre volte è la somma algebrica di più correnti di maglia.

Applichiamo Questo metodo al circuito indicato in figura. Il secondo metodo di analisi è noto come analisi per maglie (o metodo delle maglie). In questo procedimento si introducono le correnti I_1 , I_2 , I_3 nelle maglie N° 1 , N° 2 , N° 3 . Risulta :

$\boxed{I_1 = i_1}$ nella maglia N°1 $\boxed{I_2 = i_2}$ nella maglia N°2 $\boxed{I_3 = i_3}$ nella maglia N°3 **[U]**

$$i_3 + i_4 - i_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad I_3 + i_4 - I_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{i_4 = I_2 - I_3}$$

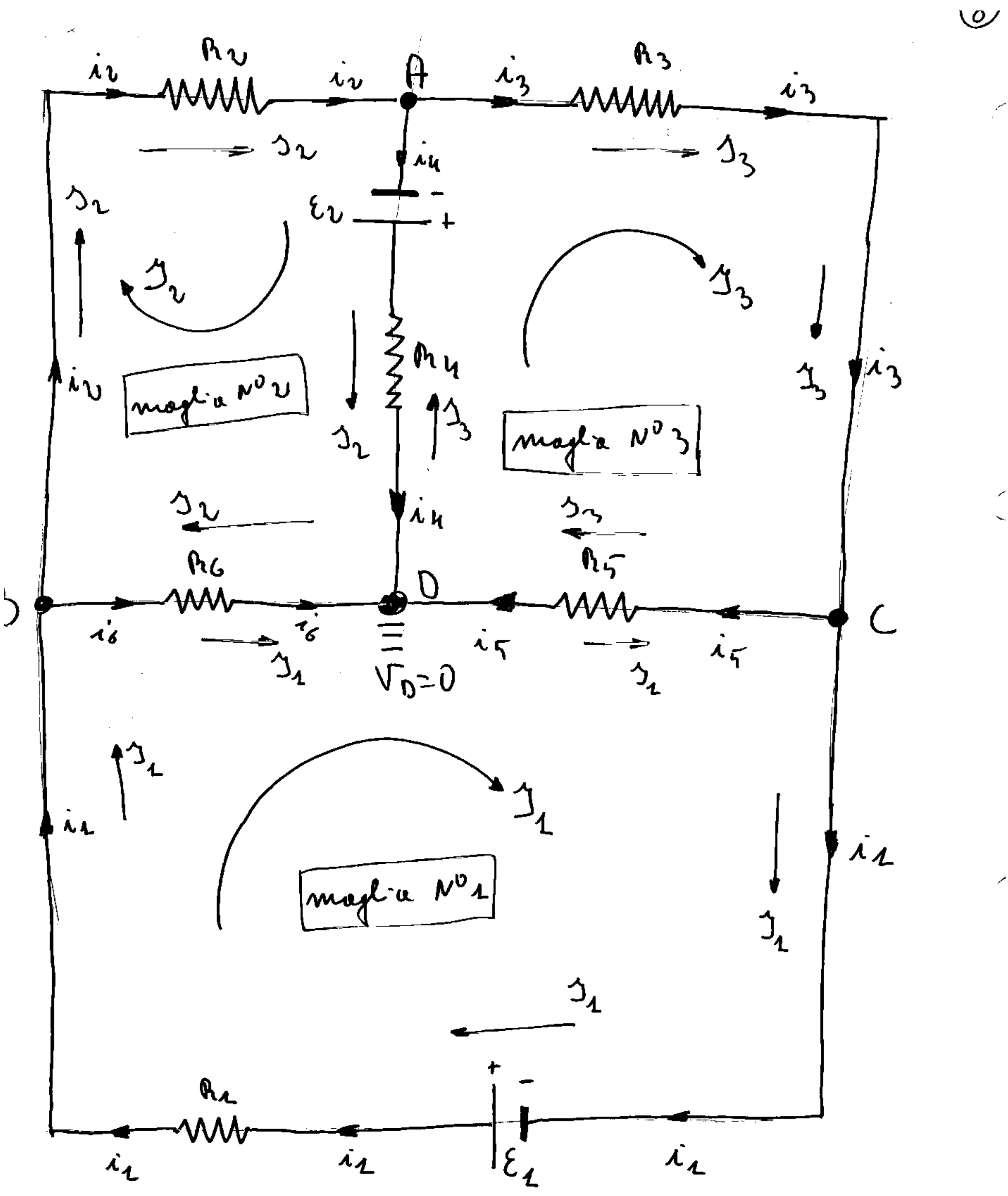
$$i_2 + i_6 - i_1 = 0 \quad \Rightarrow \quad I_2 + i_6 - I_1 = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{i_6 = I_1 - I_2} \qquad [\sigma]$$

$$i_1 + i_5 - i_3 = 0 \quad \Rightarrow \quad I_1 + i_5 - I_3 = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{i_5 = I_3 - I_1}$$

Sostituendo nel sistema lineare [ρ] otteniamo :

$$\begin{cases} R_1 I_1 + R_6(I_1 - I_2) - R_5(I_3 - I_1) = \varepsilon_1 \\ R_2 I_2 + R_4(I_2 - I_3) - R_6(I_1 - I_2) = \varepsilon_1 \\ R_3 I_3 - R_4(I_2 - I_3) + R_5(I_3 - I_1) = -\varepsilon_2 \end{cases} \qquad [\,\mathrm{H}\,]$$

Otteniamo un sistema lineare di tre equazioni nelle tre incognite I_1 , I_2 , I_3 .



J1, J2, J3 sono le correnti di maglia
i1, i2, i3, i4, i5, i6 sono le correnti di ramo

Utilizzando le [σ] possiamo ricavare le correnti i_1 , i_2 , i_3 , i_4 , i_5 , i_6 che circolano nei rami della rete. Utilizzando le equazioni (×) (××) (×××) possiamo calcolare i potenziali dei nodi. Nell'applicazione del metodo delle maglie non importa quali siano i percorsi chiusi utilizzati come maglie.

L'unica condizione che occorre rispettare è che ogni ramo deve risultare incluso in almeno una maglia .

Problema

Analizzare il circuito della figura sapendo che $R_1 = R_2 = 1\Omega$, $R_3 = R_4 = 2\Omega$, $R_5 = R_6 = 0{,}5\Omega$, $\varepsilon_1 = 2V$, $\varepsilon_2 = 1V$ ed applicando :

a) l'analisi per rami b) l'analisi per maglie c) l'analisi per nodi.

Analisi per rami (Metodo dei Nodi)

Sostituendo i valori numerici nei sistemi [M] e [ρ] otteniamo il seguente sistema:

$$\begin{cases} i_1 + 0{,}5i_6 - 0{,}5i_5 = 2 \\ i_2 + 2i_4 - 0{,}5i_6 = 1 \\ 2i_3 - 2i_4 + 0{,}5i_5 = -1 \\ i_3 + i_4 - i_2 = 0 \\ i_2 + i_6 - i_1 = 0 \\ i_1 + i_5 - i_3 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 2i_1 + i_6 - i_5 = 4 \\ 2i_2 + 4i_4 - i_6 = 2 \\ 4i_3 - 4i_4 + i_5 = -2 \\ i_3 + i_4 - i_2 = 0 \\ i_2 + i_6 - i_1 = 0 \\ i_1 + i_5 - i_3 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} i_1 = \frac{48}{41}A \\ i_2 = \frac{22}{41}A \\ i_3 = \frac{4}{41}A \\ i_4 = \frac{16}{41}A \\ i_5 = -\frac{42}{41}A \\ i_6 = \frac{26}{41}A \end{cases}$$

Il verso reale di è opposto a quello arbitrariamente assegnato . I potenziali dei nodi possono essere ricavati utilizzando le equazioni $(\times)$ $(\times\times)$ $(\times\times\times)$.

$$\boxed{V_A = R_4 i_4 - \varepsilon_2 = 2\cdot\frac{16}{41} - 1 = -\frac{9}{41}V} \qquad \boxed{V_B = R_6 i_6 = \frac{1}{2}\cdot\frac{26}{41} = \frac{13}{41}V}$$

$$\boxed{V_C = R_5 i_5 = \frac{1}{2}\cdot\left(-\frac{42}{41}\right) = -\frac{21}{41}V}$$

Analisi per maglie (Metodo delle Maglie)

Sostituendo i valori numerici nel sistema lineare [H] otteniamo :

$$\begin{cases} I_1 + \frac{1}{2}(I_1 - I_2) - \frac{1}{2}(I_3 - I_1) = 2 \\ I_2 + 2(I_2 - I_3) - \frac{1}{2}(I_1 - I_2) = 1 \\ 2I_3 - 2(I_2 - I_3) + \frac{1}{2}(I_3 - I_1) = -1 \end{cases} \quad \begin{cases} 4I_1 - I_2 - I_3 = 4 \\ -I_1 + 7I_2 - 4I_3 = 2 \\ I_1 + 4I_2 - 9I_3 = 2 \end{cases} \quad \begin{cases} I_1 = \frac{48}{41} A \\ I_2 = \frac{22}{41} A \\ I_3 = \frac{6}{41} A \end{cases}$$

Utilizzando le equazioni [U] e [σ] possiamo ricavare i valori di i_1 , i_2 , i_3 , i_4 , i_5 , i_6 .

$$\boxed{i_1 = I_1 = \frac{48}{41} A} \quad \boxed{i_2 = I_2 = \frac{22}{41} A} \quad \boxed{i_3 = I_3 = \frac{6}{41} A} \quad \boxed{i_4 = I_2 - I_3 = \frac{22}{41} - \frac{6}{41} = \frac{16}{41} A}$$

$$\boxed{i_5 = I_3 - I_1 = \frac{6}{41} - \frac{48}{41} = -\frac{42}{41} A} \quad \boxed{i_6 = I_1 - I_2 = \frac{48}{41} - \frac{22}{41} = \frac{26}{41} A}$$