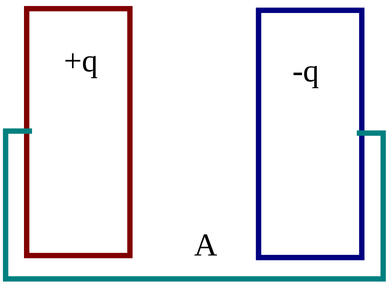
Unità Didattica N°25

La corrente elettrica

Il problema dell'elettrocinetica

- L'elettrocinetica è quella parte dell'elettrologia che si occupa dei fenomeni connessi al movimento delle cariche elettriche. Nei capitoli precedenti abbiamo studiato i fenomeni che si manifestano quando le cariche elettriche si trovano in quiete sui conduttori isolati posti nel vuoto o immersi in dielettrici omogenei e indefiniti. In particolare abbiamo evidenziato la fondamentale proprietà che un conduttore carico (in **equilibrio elettrostatico**), qualunque ne siano la forma, l'estensione e le condizioni dello spazio circostante, è sempre **equipotenziale**, cioè tra due suoi punti qualsiasi la differenza di potenziale è nulla.
- Vogliamo ora occuparci dei fenomeni che si manifestano quando due conduttori, che si trovano a diverso potenziale, vengono collegati tra loro mediante un terzo conduttore (per esempio un filo di rame). All'istante del contatto, i due conduttori ed il filo di rame vengono a costituire un unico conduttore e pertanto si avrà una redistribuzione di cariche, in modo da soddisfare le condizioni di equipotenzialità. In ogni caso, essendo uno dei due conduttori a potenziale più basso dell'altro, si originerà un moto di cariche elettrica da un conduttore verso l'altro lungo il filo che collega i due corpi. Significativa è a tale proposito la seguente esperienza. Si disponga di due conduttori che sono ad un potenziale diverso, per esempio le due armature di un condensatore carico.



Si uniscano tali armature con un filo conduttore A . Si nota che il condensatore si scarica attraverso il filo . Si immagina che le cariche elettriche negative dell'armatura a potenziale più basso attraverso il filo A si siano trasferite sull'altra armatura , Il filo A è percorso da una **corrente elettrica** di brevissima durata . Il conduttore A dicesi **reoforo**. Per convenzione dicesi verso o senso della corrente elettrica il verso delle cariche positive, cioè il verso dei potenziali decrescenti.

- Considereremo **conduttori filiformi**, cioè di sezione piccolissima rispetto alla loro lunghezza.

Spesso si dirà <<una corrente elettrica>> per significare <<un conduttore filiforme percorso da corrente>>. Il flusso delle cariche elettriche è prodotto dal campo elettrico presente all'interno del conduttore ed il cui modulo ci viene fornito dalla relazione $E = -\frac{dV}{dx}$.

Il campo $\vec{E}$ esiste in quanto nel conduttore (omogeneo ed isotermo) sono presenti delle differenze di potenziale.

Se in un dato conduttore queste sono costanti, il flusso delle cariche elettriche è costante nel tempo e la corrente elettrica ha intensità costante; si dice brevemente che la corrente è costante o stazionaria. Se le differenze di potenziale vengono a mancare, il flusso di cariche elettriche cessa quasi contemporaneamente per la resistenza che anche i buoni conduttori offrono al moto delle cariche elettriche.

- La **d.d.p.** tra i poli a circuito aperto è misurabile mediante un elettrometro e dà la forza elettromotrice **(f.e.m.)** del generatore di corrente .

Un reoforo collegato ai due poli di un generatore di corrente è percorso da corrente elettrica. In questo caso un elettrometro collegato ai morsetti della macchina non misura più la **f.e.m.** del generatore ma misura la **d.d.p.** esistente tra i morsetti (che è la **d.d.p.** esistente agli estremi del reoforo) che è solo una parte della **f.e.m.** della macchina.

- Si definiscono correnti di conduzione le correnti dovute al moto delle cariche elettriche senza trasporto di materia elettrizzata. tali sono le correnti che si originano in un filo conduttore ai cui estremi è applicata una **d.d.p.** Si definiscono correnti di convezione le correnti dovute al moto di cariche elettriche mediante il trasporto di materia elettrizzata. Si ha corrente di convezione nelle soluzioni elettrolitiche. Le cariche elettriche sono trasportate da ioni positivi e negativi.

- La corrente elettrica può essere classificata rispetto a diversi aspetti.

Rispetto alla durata $\begin{cases}\text{Istantanea}\\ \text{Persistente}\end{cases}$ rispetto al verso $\begin{cases}\text{Continua}\\ \text{Oscillatoria}\end{cases}$

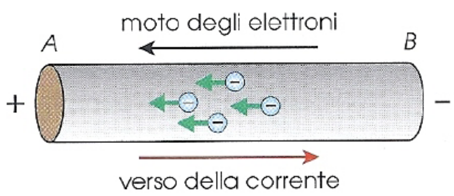
rispetto al mezzo $\begin{cases}\text{Continua}\\ \text{Oscillatoria}\end{cases}$

La corrente elettrica

- L'elettrostatica tratta principalmente le forze che agiscono sulle cariche elettriche quando queste raggiungono la loro posizione di equilibrio ed il moto delle cariche elettriche nello spazio vuoto o riempito di un dielettrico. Adesso vogliamo studiare il moto ordinato delle cariche elettriche in un conduttore quando all'interno di esso viene mantenuto un campo elettrico. Tale moto ordinato costituisce la corrente elettrica.

- Ricordiamo che un conduttore metallico è costituito da atomi regolarmente distribuiti in un reticolo periodico perfetto (reticolo cristallino). Un reticolo cristallino è una struttura regolare costituita da ioni positivi, cioè da atomi ai quali sono stati tolti uno o più elettroni, che prendono il nome di elettroni di conduzione. La densità di elettroni liberi è costante in tutto il volume del conduttore, ma ogni volume elementare (volume infinitesimo) deve contenere tante cariche positive quante sono quelle negative, deve cioè rimanere neutro. Gli elettroni liberi nel conduttore possono essere paragonati agli atomi di un gas. Il conduttore è il recipiente che li contiene. Essi hanno una velocità vettoriale $\vec{v}$ non nulla, ma la media delle loro velocità vettoriali è nulla: non costituiscono un flusso regolare ed ordinato di cariche elettriche, ma si muovono disordinatamente costituendo la cosiddetta nube elettronica.
- Le cariche elettriche libere in un conduttore sono elettroni di conduzione, cioè elettroni dell'ultima orbita. Le cariche elettriche libere in una sostanza elettrolitica sono costituite da ioni, sia positivi che negativi. Un gas, in particolari condizioni, è anch'esso un conduttore le cui cariche libere sono costituite da ioni positivi, ioni negativi ed elettroni. Queste cariche libere costituiscono una corrente elettrica quando si muovono ordinatamente per effetto di forze esercitate su di esse e generate da un campo elettrico.
- Gli elettroni liberi (elettroni di conduzione) in un conduttore si muovono caoticamente come le molecole di un gas racchiuso in un recipiente: non vi è moto risultante lungo la direzione del filo. Se consideriamo una sezione di un piano qualsiasi col filo conduttore allora il numero di elettroni che l'attraversano da destra verso sinistra è uguale al numero di elettroni che passano da sinistra verso destra.

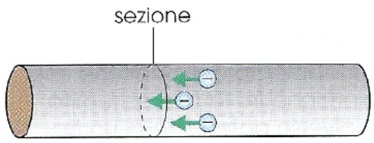
Se l'estremo A di un filo conduttore è mantenuto a potenziale maggiore rispetto all'estremo B, gli elettroni di conduzione si muovono da B verso A, mentre il verso convenzionale della corrente elettrica è l'opposto, cioè è quello che va dal punto B al punto A.



Gli elettroni di conduzione si muovono lungo i potenziali crescenti, mentre la corrente fluisce lungo i potenziali decrescenti.

Definizione di intensità di corrente: L'intensità i della corrente che fluisce in un conduttore è il rapporto fra la quantità di carica elettrica q che attraversa una qualsiasi sezione trasversale del conduttore nell'intervallo di tempo Δt e l'intervallo di tempo stesso: $i = \frac{q}{\Delta t}$

L'intensità di corrente in un filo conduttore è la quantità di carica che gli elettroni trasportano attraverso una qualsiasi sezione trasversale del filo nell'unità di tempo.



Nel sistema SI l'unità di misura della corrente elettrica è l'**ampere** (simbolo A) $1A = \frac{1C}{1s}$

Diciamo che un conduttor è percorso dalla corrente di un **ampere** se attraverso una sua qualsiasi sezione passa un **coulomb** di carica elettrica ogni secondo.

Una corrente elettrica che fluisce sempre nello stesso verso con intensità costante nel tempo è chiamata **corrente continua**.

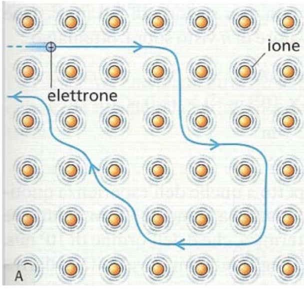
- Se colleghiamo il filo metallico agli estremi di una batteria allora in ogni punto del filo si crea un campo $\vec{E}$ il quale agirà sugli elettroni di conduzione **imprimendo loro un moto risultante** nella direzione di $-\vec{E}$. (Gli **elettroni atomici**, e così i nuclei, sono soggetti all'azione del campo elettrico, ma non vengono accelerati a causa delle forze di legame che vincolano gli elettroni ai nuclei ed i nuclei fra di loro per formare il solido considerato). ben presto gli urti con le particelle fisse del metallo rallentano gli elettroni liberi o li fermano del tutto, dopo di che gli elettroni di conduzione vengono nuovamente accelerato e così di seguito. Il loro moto risulta una successione di accelerazioni e decelerazioni. Tuttavia essi acquistano una certa **velocità media** (la cosiddetta **velocità di deriva**) in direzione opposta a quella del campo elettrico e possiamo supporre che essi si muovano uniformemente con tale velocità. Quando si verifica una situazione del genere si dice che si è stabilita una **corrente elettrica** $\mathbf{i}$ e se attraverso qualunque sezione del conduttore nel tempo $\mathbf{t}$ passa una carica totale $\mathbf{q}$, la corrente, supposta costante, è: $\mathbf{i} = \frac{\mathbf{q}}{\mathbf{t}}$ $\mathbf{i}$ è detta **intensità di corrente**.

Se il flusso di carica non è costante nel tempo, la corrente varia nel tempo ed è data da:

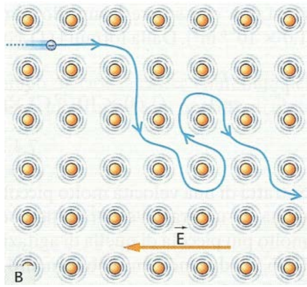
$$i = \frac{dq}{dt}$$

In elettrocinetica noi considereremo soltanto correnti costanti.

► Il moto di agitazione termica porta gli elettroni a muoversi in tutte le direzioni, urtando gli ioni del reticolo. Così lo spostamento medio degli elettroni è nullo e non crea nessuna corrente elettrica.



► Quando si collega il filo a un generatore, all'interno del filo si genera un campo elettrico che spinge gli elettroni verso il polo positivo, nel verso opposto a quello del vettore $\vec{E}$.



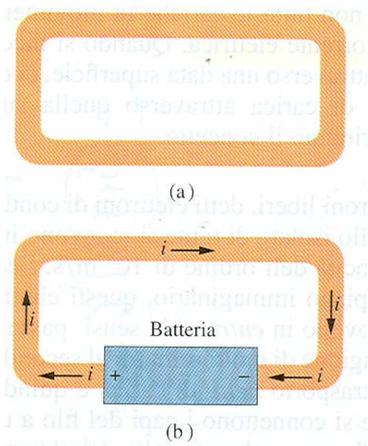
- La corrente **i** è la stessa per tutte le sezioni di un conduttore, anche se l'area delle sezioni può essere differente nei diversi punti. La costanza della corrente elettrica **i** segue dalla conservazione della carica elettrica, che nelle condizioni stazionarie da noi considerate, non si accumula né scompare in alcun punto del conduttore. Non vi sono, cioè, né sorgenti né pozzi di carica elettrica.
- Sebbene nei metalli i portatori di carica siano elettroni (di conduzione), negli elettroliti o nei conduttori gassosi essi possono essere ioni positivi o ioni negativi o entrambi. E' quindi necessaria una convenzione per definire la direzione di una corrente elettrica dato che in un dato campo le cariche di segno opposto si muovono in direzioni opposte. Allora, per semplicità, facciamo l'ipotesi che tutti i portatori di carica siano positivi e per indicare la corrente disegniamo una freccia nella direzione e nel verso in cui si muoveranno queste cariche. Se i portatori di carica sono negativi, essi si muovono semplicemente nella direzione opposta a quella della freccia che indica la corrente.
- **i** è grandezza primitiva ed ha come unità di misura l'ampere; **q** è grandezza derivata ed ha come unità di misura il coulomb

$$\{q\} = \text{coulomb} = \text{C} = \{i\}\cdot\{t\} = ampere \cdot \text{sec}ondo \qquad 1\,\text{A} = \frac{1\,\text{C}}{1\,\text{s}} \qquad 1\,\text{C} = 1\,\text{A}\cdot 1\,\text{s}$$

Un conduttore è percorso dalla corrente di un **ampere** se attraverso una sua qualsiasi sezione passa la carica di **un coulomb *ogni secondo***. Se il flusso di carica non è costante nel tempo, la corrente varia nel tempo ed è data da: $i = \dfrac{dq}{dt}$

L'unità di misura della **quantità di elettricità** è il **coulomb** (**C**) definito come la quantità di elettricità che attraversa in un secondo una qualsiasi sezione di un conduttore percorso dalla corrente di un ampere.

$$\boxed{[q] = [i]\cdot[t] = [T\cdot I]}$$



(a) Una spira di rame in equilibrio elettrostatico. L'intera spira è ad un unico potenziale e il campo elettrico è nullo in tutti i punti all'interno del rame. **(b)** Aggiungendo una batteria si genera una differenza di potenziale tra gli estremi della spira che sono connessi ai morsetti della batteria. Questa differenza di potenziale produce un campo elettrico all'interno della spira, e il campo causa il moto delle cariche all'interno della spira stessa. Questo movimento di cariche è la corrente elettrica **i** .

- La **corrente elettrica** è una caratteristica del particolare conduttore considerato. E' una **grandezza macroscopica** come la massa di un corpo, il volume di un oggetto, la lunghezza di una bacchetta. Una **grandezza microscopica** correlata alla corrente elettrica è la **densità di corrente** $\vec{J}$, che è una grandezza vettoriale, ed è caratteristica di ogni punto all'interno del conduttore anziché del conduttore stesso preso nel suo complesso. Risulta:

$$\mathbf{i} = \Phi_S\left(\vec{\mathbf{J}}\right) = \int_S \vec{\mathbf{J}} \times d\vec{\mathbf{S}}$$

essendo **S** una qualsiasi superficie aperta che tagli il conduttore.

Se la corrente è distribuita uniformemente in un conduttore avente sezione **S**, il valore della **densità di corrente** per tutti i punti della sezione è: $\mathbf{J} = \dfrac{\mathbf{i}}{\mathbf{S}}$ $\quad \vec{\mathbf{J}} \perp \mathbf{S}$

Se la corrente non è uniformemente distribuita abbiamo: $\mathbf{J} = \dfrac{\mathbf{di}}{\mathbf{dS}}$

Il vettore $\vec{J}$ in un punto è orientato nella direzione in cui in quel punto si muoverebbe un portatore di carica positiva.

$$\boxed{\{J\} = \frac{\{i\}}{\{S\}} = \frac{\text{ampere}}{metro\,quadrato} = \frac{A}{m^2}} \qquad \boxed{[J] = \frac{[i]}{[S]} = \left[L^{-2}\cdot I\right]}$$

- La freccia spesso associata con la corrente in un filo non indica che la corrente **i** è una grandezza vettoriale, ma semplicemente mostra il verso in cui fluisce la carica elettrica. Lungo il filo i **portatori di carica positiva** possono muoversi in una direzione o in quella opposta, e queste due possibilità nelle equazioni algebriche si rappresentano col segno + o col segno −.

Si noti che: **1)** la corrente in un filo non cambia se il filo viene piegato, annodato o distorto e

2) le frecce che rappresentano il verso delle correnti non obbediscono alle regole di addizione dei vettori.

- **Interpretazione microscopica della corrente elettrica**

Consideriamo un filo conduttore di sezione costante **S** attraversato dalla corrente costante **i**. Sia $\mathbf{v_d}$ la velocità di spostamento (di deriva) degli elettroni liberi; essendo in regime stazionario essa può ritenersi costante. Gli elettroni, che all'istante t_1 attraversano la sezione **S**, all'istante $t_2 > t_1$ hanno percorso uno spazio $s = v_d(t_2 - t_1) = v_d \Delta t = vt$. Possiamo dire che nel cilindro retto di base **S** ed altezza $s = vt$ sono contenuti tutti gli elettroni (**N**) di conduzione che nel tempo **t** hanno attraversato la sezione **S**. La carica totale che attraversa la sezione **S** nel tempo t è : $q = Ne$.

$\boxed{i = \frac{q}{t} = \frac{Ne}{t} = Ne\frac{v_d}{s}}$ ponendo: $n = \frac{N}{V}$ = numero di elettroni per unità di volume abbiamo :

$$N = nV = n \cdot S \cdot s \quad , \quad i = \frac{Nev_d}{s} = \frac{nSsev_d}{s} \quad , \quad i = nSev_d \quad , \quad v_d = \frac{i}{nSe} = \frac{J}{ne} \quad , \quad \boxed{J = \frac{i}{S} = nev_d}$$

- Un filo di rame il cui diametro è $0{,}06\,cm = 6 \cdot 10^{-4}\,m$ é percorso da una corrente continua di $1\,A$

Calcolare la densità di corrente J e la velocità di deriva v_d degli elettroni di conduzione.

L'area della sezione normale **S** del filo è : $S = \pi r^2 = 3{,}14 \cdot 9 \cdot 10^{-8} = 2{,}826 \cdot 10^{-7}\,m^2$

$$J = \frac{i}{S} = \frac{1}{2{,}826 \cdot 10^{-7}}\frac{A}{m^2} = 3.538.570\frac{A}{m^2} = 353{,}8570\frac{A}{cm^2}$$

Per calcolare **n** partiamo dal fatto che nel rame c'è un elettrone libero per atomo .

$$n = \frac{N}{V} = \frac{N\rho}{m} \quad \text{con} \quad \rho = \frac{m}{V} = \text{massa volumica (o densità assoluta)}$$

ma $N_A = \frac{NA}{m}$ = numero di Avogadro , **A** = massa atomica dell'elemento considerato

$n = \frac{\rho N_A}{A}$ = numero di atomi per unità di volume = numero di elettroni liberi per unità di volume

$$\rho = 9\frac{gr}{cm^3} = 9 \cdot 10^{-3}\frac{kg}{m^3} \quad , \quad N_A = 6{,}02295 \cdot 10^{26}\frac{\text{numero di atomi}}{\text{chilomolecola}} \quad , \quad A = 64\frac{kg}{Kmole}$$

$$n = 8{,}4 \cdot 10^{22}\frac{\text{elettroni}}{\text{cm}^3} \quad , \quad v_d = \frac{J}{en} = \frac{353{,}9}{(8{,}4)(10^{22})(1{,}6 \cdot 10^{-19})} = 2{,}64 \cdot 10^{-2}\frac{cm}{s}$$

$v_d = \frac{s}{t}$, $t = \frac{s}{v_d}$, $s = 1cm$ $\Rightarrow$ $t \cong 38s$ Gli elettroni di conduzione presenti nel filo di rame impiegano 38 secondi per muoversi di **1 cm**. [**]

Si tratta di una velocità assai piccola. L'esempio trattato esprime la velocità con cui si muovono gli elettroni liberi nei fili che collegano una lampadina da $200 watt$ ad una presa di $220 volt$.

La velocità degli elettroni non deve essere confusa con la velocità alla quale viaggiano lungo il filo le variazioni nella configurazione del campo elettrico, velocità che si avvicina alla velocità della luce. Con la stessa velocità si propaga la corrente elettrica : si potrà , in molti casi , assumere che il passaggio della corrente abbia inizio simultaneamente e le sue variazioni di intensità avvengono nello stesso istante attraverso tutte le sezioni del conduttore . [§]

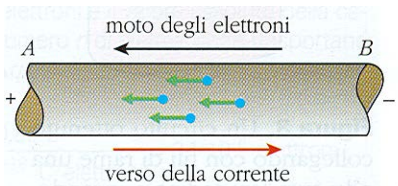
Spiegazione microscopica dell'effetto Joule

Un conduttore metallico, percorso dalla corrente i, si scalda perché gli ioni positivi del reticolo cristallino assorbono, attraverso gli urti, l'energia cinetica posseduta dagli elettroni di conduzione che sono stati accelerati dal campo elettrico.

Il verso della corrente elettrica

Il verso della corrente elettrica è quello nel quale si muoverebbero le cariche positive, anche se nella realtà sono gli elettroni di conduzioni che si muovono. Quindi il **verso reale** della corrente elettrica coincide col verso delle cariche negative, mentre il **verso convenzionale** delle cariche elettriche coincide col verso delle cariche positive.

Se l'estremo **A** di un filo conduttore è mantenuto a potenziale maggiore rispetto al1'estremo **B**, gli elettroni di conduzione si muovono da **B** ad **A**, mentre il verso convenzionale della corrente è l'opposto: da A verso B.

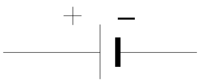


Generatore elettrico

Dicesi **generatore elettrico** o **generatore di tensione** qualsiasi dispositivo in grado di mantenere la d.d.p. tra due punti. Sono generatori di corrente la pila, l'accumulatore.

[**] Vedere tabella Castagnoli pag. 67 vol III
[§] Vedere Silva - Montalbetti vol 3 pag. 119

Una **corrente elettrica** è un movimento ordinato di cariche elettriche causato dalla **d.d.p.** fornita dal generatore. Un **generatore elettrico** viene rappresentata col simbolo



. Il segno <<+>> indica il terminale che normalmente si trova a potenziale più elevato. Ogni generatore è caratterizzato da una grandezza denominata **forza elettromotrice** (**f.e.m.**) definita come la **differenza di potenziale** (**d.d.p.**) fra i suoi poli a circuito aperto.

Circuito elettrico elementare

Perché in un conduttore si abbia passaggio di **corrente continua**, esso deve essere inserito in un **circuito elettrico** che è un dispositivo costituito da:

1) un **generatore di corrente** che è un dispositivo che mantiene fra due suoi punti (detti poli o morsetti) una d.d.p. (o **tensione**) costante, anche quando nel circuito passa corrente.

2) da un **utilizzatore** che può essere un filo metallico, una stufa, una lampadina,...

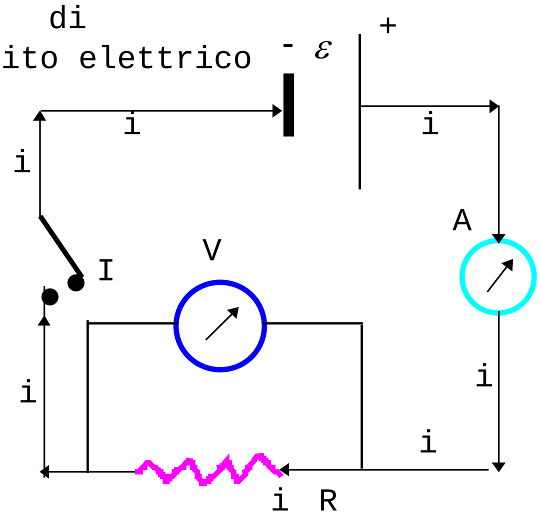
3) da un **interruttore** I per aprire o chiudere il circuito

4) da un **amperometro** (da inserire in serie) per misurare l'intensità **i** della corrente

5) da un **voltmetro** (da inserire in parallelo) per misurare **d.d.p.**.

6) da eventuali altre parti

Schema elementare
di
circuito elettrico



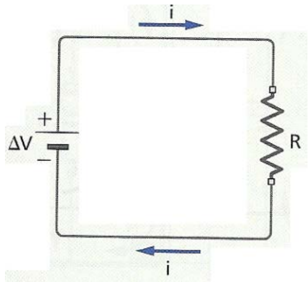
Circuito elettrico costituito da una pila un conduttore di resistenza R , un interruttore I , un voltmetro V inserito in parallelo , un amperometro inserito serie .

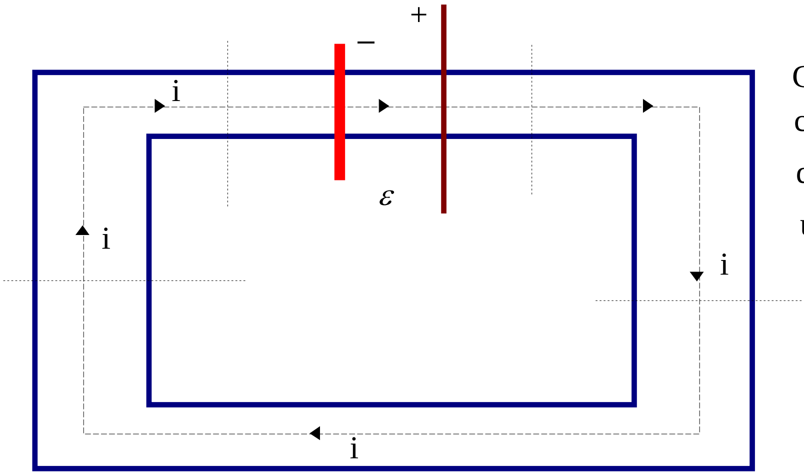
Si suppone che i fili di collegamento indicati con segmenti rettilinei abbiano resistenza trascurabile .

La corrente continua è caratterizzata dal fatto che la sua intensità i ha lo stesso valore in tutte le sezioni del circuito .

- Quando gli estremi di un filo metallico sono connessi a due punti mantenuti a due potenziali differenti ma fissi, come sono quelli dei terminali di una pila o di una dinamo, il filo viene percorso da corrente, ma il potenziale di ciascun punto del filo rimane costante nel tempo. Il filo conduttore ed il generatore ai cui terminali esso è connesso formano un circuito completo detto anche **circuito chiuso**.

Nel circuito della figura una batteria che mantiene una differenza di potenziale di $\Delta V = 4{,}5V$ è collegata ad un resistore di resistenza $R = 75\Omega$ attraversato dalla corrente di intensità $i = 0{,}06\,A$.





Circuito elettrico chiuso , costituito da una pila e da un filo metallico

La figura rappresenta un circuito chiuso e la linea tratteggiata e marcata con una freccia indica il verso convenzionale della corrente **i** .

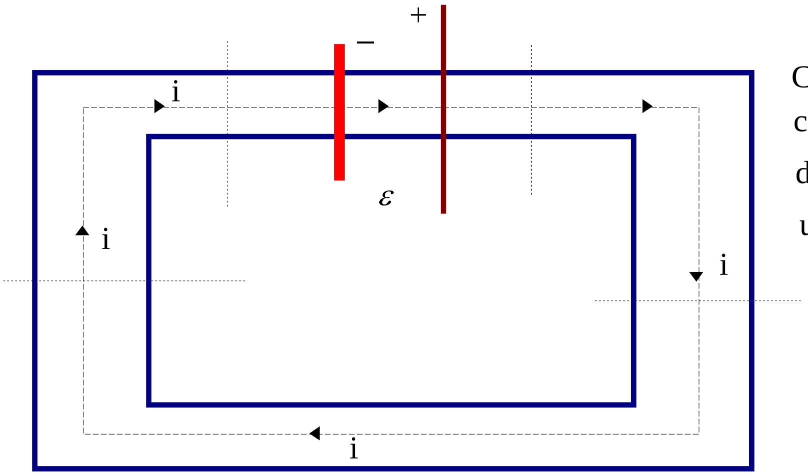
Gli elettroni di conduzione circolano in verso opposto a quello delle frecce; nella pila gli ioni positivi si muovono nel verso convenzionale della corrente e gli ioni negativi nel verso opposto.

- Nella figura sono indicate, mediante linee tratteggiate, alcune sezioni trasversali del circuito. L'intensità della corrente è la stessa in tutte le sezioni , compresa quella che attraversa la pila. Si noti bene che il verso convenzionale della corrente va <<dal più al meno>>, ma soltanto nel circuito esterno . nella pila il verso è quello che va dal meno al più.

- Un generatore di corrente è un dispositivo che converte reversibilmente in energia elettrica energia di altra natura. I generatori elettrostatici e le dinamo convertono in energia elettrica il lavoro meccanico compiuto su di esse da forze di natura non elettrica. Le pile convertono l'energia chimica delle reazioni che in esse avvengono.

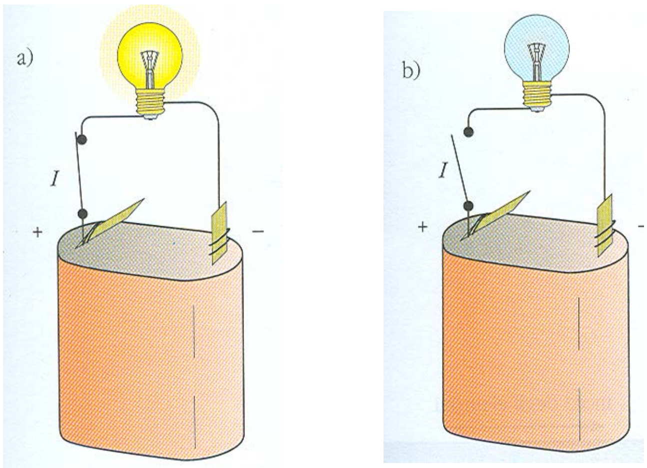
- Nel circuito esterno, l'energia elettrica può essere utilizzata per ottenere nuovamente energia meccanica (mediante un motore) o energia chimica (come nella carica di una batteria di accumulatori). In tutte queste trasformazioni una certa frazione di energia viene sempre dissipata in modo non recuperabile sotto forma di calore. **Questa energia è fornita a spese dell'energia interna del generatore**.

- Si definisce forza elettromotrice (**f.e.m.**) di un generatore (simbolo usato: E oppure ε) la **d.d.p.** che esiste fra i suoi estremi (**poli**) quando non eroghi corrente) cioè a **circuito aperto**) .

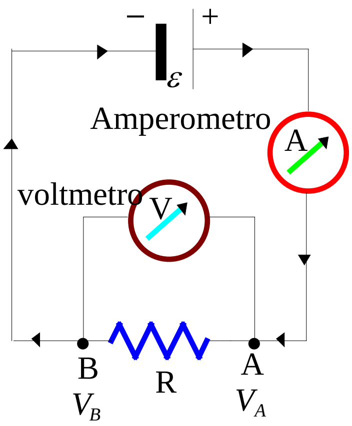


Circuito elettrico chiuso , costituito da una pila e da un filo metallico

Un circuito ottenuto collegando con fili di rame una pila, una lampadina ed un interruttore: in **a)** il **circuito è chiuso** e l'accensione della lampadina segnala il passaggio di corrente; in **b)** il **circuito è aperto** e la lampadina è spenta.



La prima legge di Ohm



Affinché gli elettroni di conduzione si muovano entro un conduttore dando luogo al passaggio di corrente, è necessario che entro il conduttore vi sia un campo elettrico $\vec{E}$ non nullo. Ciò equivale ad affermare che affinché un conduttore sia percorso da una corrente d'intensità **i** è necessario mantenere tra due punti del conduttore una **d.d.p.** $V_A - V_B$. Per fissare le idee consideriamo un filo metallico: <<**l'intensità di corrente che passa nel filo è funzione della d.d.p. applicata agli estremi del filo stesso**>>

La prima legge di Ohm fissa la dipendenza di queste due grandezze stabilendo che in un conduttore metallico esse sono direttamente proporzionali, cioè:

$$\frac{V_A - V_B}{i} = R \qquad\qquad V_A - V_B = R\,i$$

<<**In un reoforo AB che non sia sede di f.e.m. l'intensità della corrente che l'attraversa è direttamente proporzionale alla d.d.p. applicata ai suoi estremi**>>

La costante di proporzionalità **R** prende il nome di resistenza elettrica del conduttore e dipende esclusivamente dalla natura del materiale con cui è fatto il reoforo, dalle sue dimensioni geometriche, dalla sua temperatura, dalla pressione a cui è sottoposto.

$$[R] = \frac{[V]}{[i]} = \left[L^2 \cdot M \cdot T^{-3} \cdot I^{-1}\right] \cdot \left[I^{-1}\right] = \left[L^2 \cdot M \cdot T^{-3} \cdot I^{-2}\right]$$

$$\{R\} = ohm = \Omega = \frac{\{V\}}{\{i\}} = \frac{volt}{ampere}$$

Nel **S.I. l'unità di misura della resistenza elettrica è l'ohm (Ω) che è la resistenza di un conduttore che è percorso dalla corrente di un ampere quando ai suoi estremi applichiamo una d.d.p. di un volt**.

<< l'ohm è la resistenza di un conduttore che, soggetto alla **d.d.p.** di 1 volt , è attraversato dalla corrente di 1 ampere >> $\quad 1\Omega = \dfrac{1V}{1A}$

L'inverso $\dfrac{1}{R}$ della resistenza si dice conduttanza e viene indicata col simbolo **G**: $G = \dfrac{1}{R}$

$$[G] = \frac{[i]}{[V]} = \left[L^{-2} \cdot M^{-1} \cdot T^3 \cdot I^2\right] \qquad\qquad \{G\} = siemens = S = \Omega^{-1}$$

<<**Il siemens è la conduttanza elettrica di un conduttore la cui resistenza elettrica è di 1 ohm**>>

I resistori

Si chiama resistore un componente elettrico che segue la prima legge di Ohm. Negli schemi elettrici la presenza di un resistore è indicata dal simbolo mostrato in figura: 

Seconda legge di Ohm

La **seconda legge di Ohm** ci dice come varia la resistenza di un conduttore al variare della sua lunghezza ℓ e della sua sezione **S**, cioè: $\mathbf{R = \rho \cdot \frac{\ell}{S}}$

La resistenza R di un conduttore è direttamente proporzionale alla sua lunghezza ℓ, ed inversamente proporzionale alla sua sezione S.

ρ = resistenza specifica o **resistività elettrica** del materiale

$\{\rho\} = \Omega \cdot m$, tuttavia spesso si danno i valori di ρ in $\Omega \cdot cm$, cioè in una unità non coerente .

L'inverso $\frac{1}{\rho}$ della resistenza specifica si dice conduttanza specifica o conduttività del materiale e viene indicata col simbolo σ. .

ρ (e quindi anche **R**) è una funzione della temperatura ϑ del conduttore

$$\rho_\vartheta = \rho_o(1 + \alpha\vartheta) \qquad R_\vartheta = R_o(1 + \alpha\vartheta)$$

dove α è detto coefficiente di temperatura della resistività ed è un coefficiente caratteristico del metallo considerato.

ρ_o (R_o) è la resistenza specifica (resistenza) a zero gradi Celsius.

ρ è <u>costante</u> per uno stesso materiale ma varia da materiale a materiale .

$$\mathbf{G = \frac{1}{R} = \sigma \cdot \frac{\ell}{S}} \qquad \mathbf{\sigma = \frac{1}{\alpha}}$$

I conduttori metallici obbediscono alle due leggi di Ohm.

Espressione vettoriale delle due leggi di Ohm

Le due leggi di Ohm possono essere conglobate in una legge più generale. Agli estremi di un filo conduttore di lunghezza ℓ e sezione **S** applichiamo una **d.d.p.** costante $V_A - V_B$.

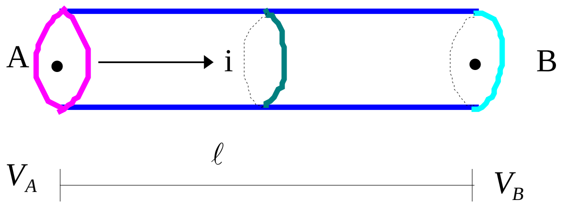
$$V_A - V_B = Ri \text{ (prima legge di Ohm) } \quad R = \rho\frac{\ell}{S} \text{ (seconda legge di Ohm) } \quad i = JS$$

$$V_A - V_B = \rho\frac{\ell}{S}\cdot J\cdot S = \rho\ell J \quad , \quad \frac{V_A - V_B}{\ell} = SJ \quad \text{, ma } \quad \frac{V_A - V_B}{\ell} = E \quad \text{quindi :}$$

$$\mathbf{E} = \rho\,\mathbf{J} \quad \text{oppure} \quad \mathbf{J} = \sigma\,\mathbf{E}$$

In termini vettoriali abbiamo: $\vec{\mathbf{E}} = \rho\,\vec{\mathbf{J}}$ $\quad$ $\vec{\mathbf{J}} = \sigma\,\vec{\mathbf{E}}$

<< Possiamo quindi dire che il passaggio della corrente stazionaria in un conduttore viene descritto a mezzo di due campi vettoriali: il primo, il campo elettrico $\vec{\mathbf{E}}$, è conservativo, il secondo, la **densità di corrente** $\vec{\mathbf{J}}$, è solenoidale. La legge di Ohm, valida per i conduttori metallici, stabilisce che questi due vettori sono proporzionali fra di loro in ogni punto del conduttore>>.



Il primo principio di Kirchhoff

Si definisce nodo (o punto di diramazione) un punto di un circuito elettrico comune a tre o più conduttori. Per maglia intendiamo un qualsiasi percorso chiuso di un circuito elettrico che gode della seguente proprietà: <<partendo da un punto qualsiasi di questo percorso e percorrendo i suoi rami una sola volta si ritorna nello stesso punto.>> Quindi per definire una maglia si pensi di partire da un nodo e di muoversi lungo i conduttori del circuito in modo da ritornare al punto di partenza senza percorrere mai più di una volta ogni conduttore. Ogni percorso di questo genere prende il nome di maglia.

1) primo principio di Kirchhoff **o legge dei nodi o legge delle correnti**

<< **La somma algebrica delle correnti che confluiscono in un nodo è nulla**>>, cioè la somma delle correnti che entrano in un nodo è uguale alla somma delle correnti che escono dal nodo. $\quad \displaystyle\sum_{k=1}^{n} \mathbf{i}_k = \mathbf{0}$

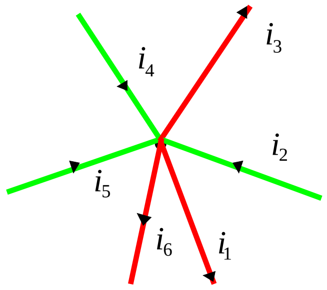
Questa legge è una immediata conseguenza della **legge di conservazione della carica elettrica**.

Nel caso della figura abbiamo:

$$i_2 + i_4 + i_5 - i_1 - i_3 - i_6 = 0$$

ed anche:

$$i_2 + i_4 + i_5 = i_1 + i_3 + i_6$$



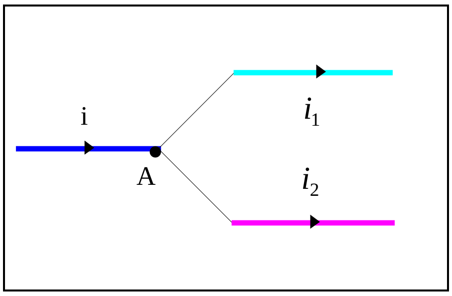


Illustrazione del primo principio di Kirchhoff (o legge dei nodi o legge delle correnti) . Poiché non si può creare né accumulare carica elettrica nel punto A , la corrente **i** che entra nel punto A deve essere uguale alla somma $i_1 + i_2$ delle correnti che ne escono

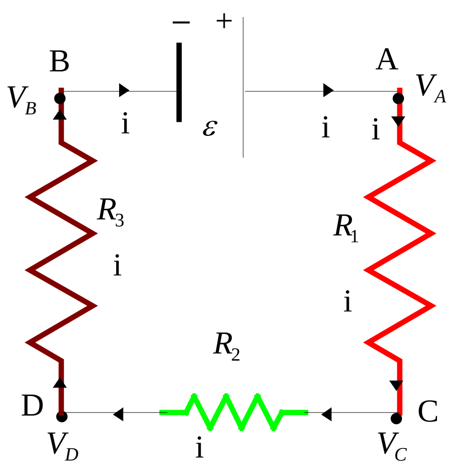
Resistenze in serie

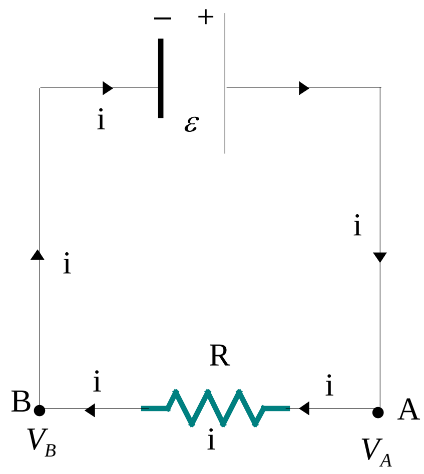
- La maggior parte dei circuiti elettrici non è formata semplicemente da una sorgente di **f.e.m.** con in serie un singolo resistore, bensì comprendono una serie di generatori, resistori, motori,... collegati in modo più o meno complesso. E' sempre possibile trovare un singolo resistore che sostituisca una certa combinazione di resistori in un circuito e lasci inalterata la **d.d.p.** ai capi della combinazione e la corrente nel resto del circuito. La resistenza di tale resistore è detta resistenza equivalente della combinazione.
- Due o più resistenze si dicono collegate in serie quando sono attraversate dalla stessa corrente, cioè quando sono inserite in un circuito una di seguito all'altra. La resistenza **R equivalente** ad un collegamento in serie è quella che, sostituita a tali resistenze, tra i terminali A e B, lascia invariata la corrente i. Si tratta di un conduttore di resistenza R attraversato dalla corrente i quando ai suoi estremi è applicata la **d.d.p.** $V_A - V_B$.

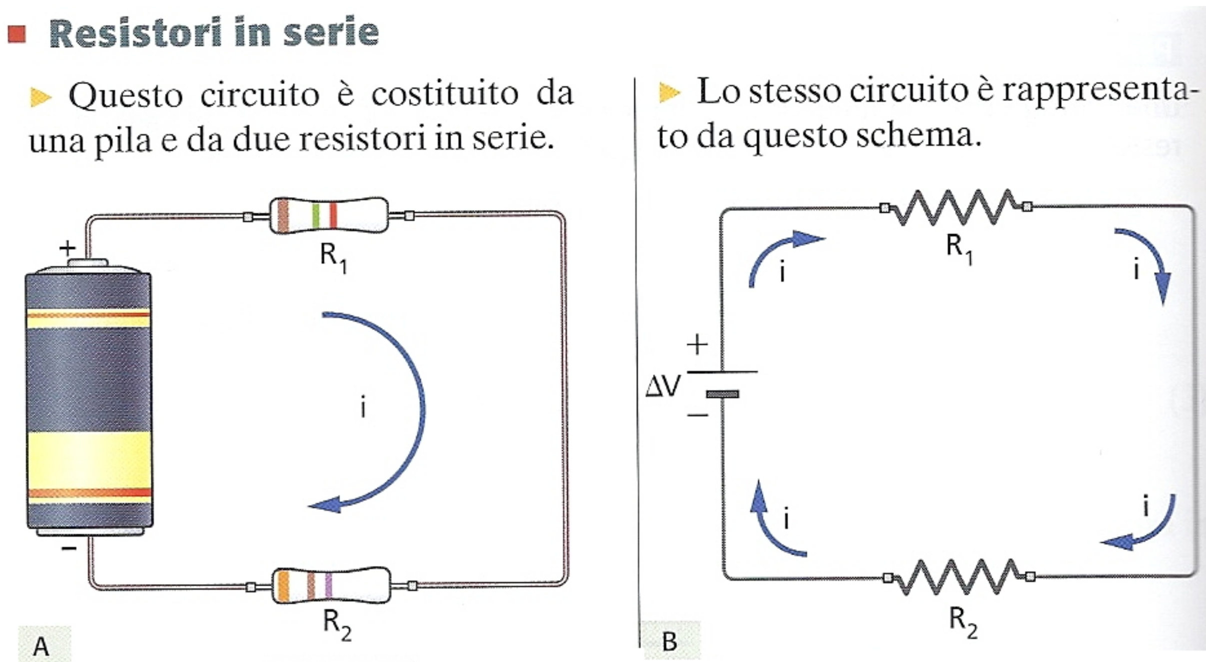
$$\begin{array}{rcl} V_A - V_C &=& R_1 i \\ V_C - V_D &=& R_2 i \\ V_D - V_B &=& R_3 i \\ \hline V_A - V_B &=& (R_1 + R_2 + R_3) i = Ri \end{array}$$

$$V_A - V_B = Ri$$

<< In una successione di conduttori collegati in serie l'intensità della corrente è uguale in tutti i punti e la resistenza totale, detta resistenza equivalente, è uguale alla somma delle resistenze dei singoli tratti>> .







2) Secondo principio di Kirchhoff **o** teorema delle maglie **o** legge delle differenze di potenziale

In una maglia di conduttori la somma algebrica delle **f.e.m.** attive lungo i successivi rami è uguale alla somma algebrica dei prodotti delle intensità di corrente per le rispettive resistenze dei singoli rami della maglia, cioè **in una maglia elettrica la somma algebrica delle** *f.e.m.* **uguaglia la somma algebrica delle cadute di potenziale prodotte dalle correnti che circolano nei rami della maglia**.

Dette R_k , i_k , ε_k la resistenza, l'intensità di corrente, la **f.e.m.** del ramo k-esimo, si ha:

$\sum_{k=1}^{n} \varepsilon_k = \sum_{k=1}^{n} i_k \cdot R_k$ [1] cioè , la somma algebrica delle **f.e.m.** e delle **d.d.p.** lungo un attraversamento completo della maglia è sempre zero:

$$\sum_{k=1}^{n} \varepsilon_k + \sum_{k=1}^{n} i_k \cdot R_k = 0 \qquad [2]$$

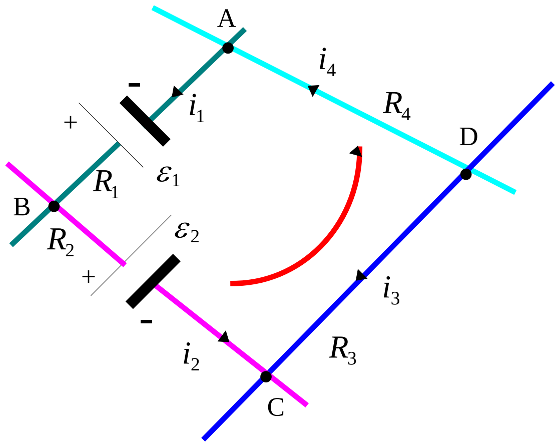
Il secondo principio di Kirchhoff scaturisce dalla semplice considerazione che in regime stazionario la **d.d.p.** tra due punti qualsiasi del circuito è costante. Quando ci si sposta lungo un circuito chiuso come la maglia il potenziale può diminuire o aumentare, se si passa attraverso un resistore o una pila, ma quando si è percorsa completamente la maglia e si è tornati al punto di partenza, la variazione totale deve essere nulla**.** Questa legge può essere posta in relazione con la conservazione dell'energia anzi può essere considerata come una conseguenza del principio di conservazione dell'energia. Infatti, se abbiamo una carica **q** in un certo punto in cui il potenziale è **V**, la sua energia potenziale è qV .

Quando la carica attraversa la maglia nel circuito, essa perde o acquista energia passando attraverso resistori e pile, ma quando torna al suo punto di partenza la sua energia deve essere di nuovo qV .

Se le resistenze interne delle diverse pile presenti nella maglia non sono trascurabili allora la seconda legge di Kirchhoff va scritta nella seguente maniera: $\sum_{k=1}^{n} \varepsilon_k = \sum_{k=1}^{n} i_k \cdot R_k + \sum_{s=1}^{n} i_s \cdot r_s$

Entrambe queste sommatorie vanno intese come somme algebriche nel senso che, fissato un verso positivo di percorrenza della maglia, (per esempio quello antiorario) vanno considerate come positive le correnti che circolano in quel verso e come negative le correnti che circolano in verso opposto. Per le **f.e.m.** vale la convenzione di prenderle positive se tendono a fare circolare la corrente nel verso positivo che è quello che va dal polo negativo della pila al polo positivo della pila.

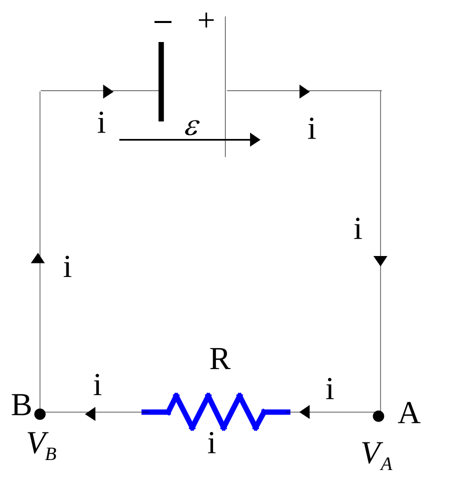
• Se, dopo avere risolto il problema, una corrente risulterà espressa da un numero negativo, ciò starà a significare che essa circola in senso inverso a quello prescelto ed indicato dalla freccia sul circuito. Quindi, se il verso prescelto per la corrente che circola nel ramo considerato è quello reale otterremo un valore positivo. Se, al contrario, otterremo un valore negativo allora il significato di questo risultato è che la corrente circolerà in senso inverso a quello indicato dalla freccia.



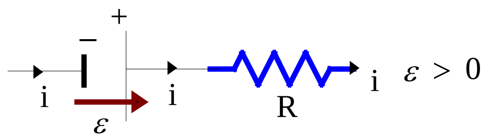
Applico la seconda legge di Kirchhoff alla maglia della figura. Otteniamo:

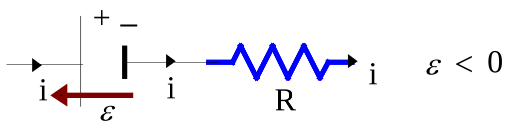
$$\varepsilon_1 - \varepsilon_2 = R_1 i_1 + R_2 i_2 - R_3 i_3 + R_4 i_4$$

Considerazioni pratiche sulla risoluzione di problemi di circuiti elettrici aventi più nodi e più maglie

1) La corrente convenzionalmente fluisce dal polo (+) al polo (-) nel circuito esterno e dal polo (-) al polo (+) all'interno del generatore. 2) Il verso della **f.e.m.** ε di un generatore è quello in cui la sorgente farebbe muovere, nel circuito esterno, un portatore di carica positiva. Simbolicamente essa è rappresentata da una freccia orientata dal polo negativo del generatore al suo polo positivo. Nel caso della figura la **f.e.m.** ε e la corrente **i** assumono valori positivi.	

3) ε va presa col segno (+) [(-)] se ha lo stesso verso (verso opposto) della corrente **i** che circola nel ramo dove si tra la **f.e.m.**





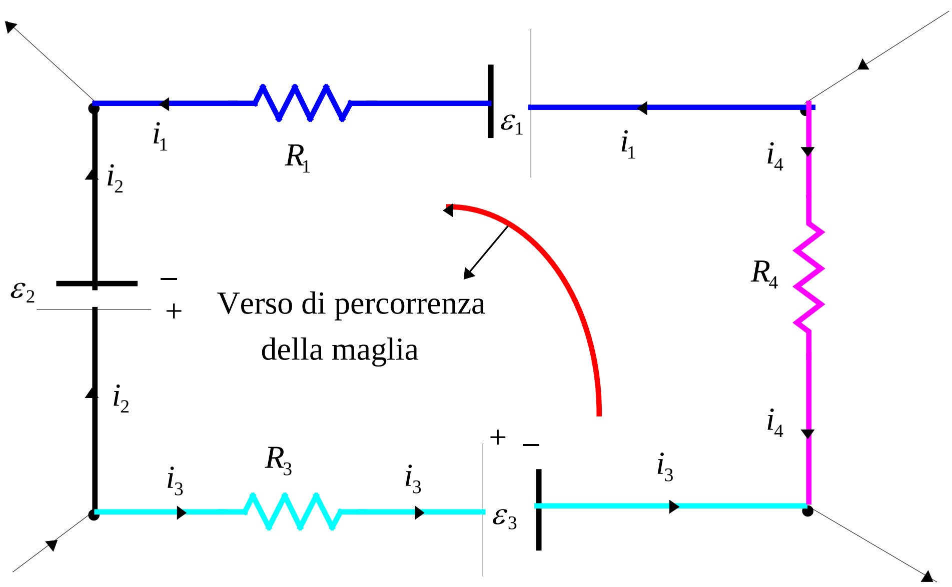
4) Per scrivere correttamente coi loro segni le equazioni [1] si fissa arbitrariamente un verso di percorrenza sulla maglia. Esso può essere orario oppure antiorario (nel caso della figura è antiorario).

5) Si fissano, arbitrariamente, i versi delle correnti nei singoli conduttori della maglia senza mai cambiarli fino alla soluzione del problema. Se, dopo avere fissato a piacere in ogni ramo della maglia un verso di percorrenza della corrente ed avere risolto il sistema lineare con le correnti incognite, troviamo un valore positivo per la corrente allora il verso convenzione e quello reale della corrente considerata coincidono. Se, invece, troviamo un valore negativo allora il verso convenzionale della corrente considerata non coincide con quello reale.

6) Si considerano positive le **f.e.m.** concordi col verso di percorrenza della maglia. Questo significa che, percorrendo il perimetro della maglia secondo il verso fissato in precedenza sulla maglia, se attraversiamo la **f.e.m.** ε_k dal morsetto (-) al morsetto (+) essa va preso col segno positivo altrimenti va preso col segno negativo.

7) i prodotti $R_k i_k$ vanno presi col segno (+) se il verso della corrente i_k (scelto inizialmente in maniera arbitraria) coincide col verso di percorrenza della maglia, col segno (-) in caso contrario

8) A soluzione ultimata se per i_k troviamo un valore positivo allora il verso arbitrariamente assegnato a i_k è quello reale , se invece troviamo un valore negativo allora il verso reale è opposto a quelle arbitrariamente fissato . Se alla fine troviamo $i_3 = -5A$, allora il verso reale della corrente i_3 è opposto a quello prescelto arbitrariamente all'inizio .



$$\varepsilon_2 - \varepsilon_1 - \varepsilon_3 = R_1 i_1 + R_3 i_3 - R_4 i_4$$

8 bis) Se applico il secondo principio di **Kirchhoff** nella forma $\sum_{k=1}^{n}\varepsilon_k + \sum_{k=1}^{n} i_k \cdot R_k = 0$ allora la convenzione dei segni è la seguente:

• Supponiamo di attraversare il perimetro della maglia nel verso della maglia preventivamente fissato

• ε_k va presa col segno **(+)** [col segno **(-)**] se attraversiamo ε_k dal polo negativo a quello positivo (dal polo positivo a quello negativo)

• $i_s\ R_s$ va preso col segno **(-)** [col segno **(+)**] se la corrente i_s **ha** (**non ha**) lo stesso verso di quello preventivamente fissato sulla maglia .

9) In un circuito ad una sola maglia c'è un solo percorso lungo il quale si applica il teorema della maglia e la corrente è la stessa in tutti i punti di questo percorso. Nei circuiti a più maglie vi è più di un percorso e la corrente, in generale, non sarà la stessa in tutti i punti di ogni percorso.

10) In una rete comunque complessa in corrente continua , le equazioni tra loro indipendenti tra le grandezze R_k , i_k , ε_k fornite dai due principi di Kirchhoff, sono proprio in numero uguale a quelle dei rami della rete.

● Data una rete di conduttori, comunque complessa, le due leggi di Kirchhoff ci permettono di scrivere una equazione lineare nelle intensità delle correnti per ogni nodo della rete ed una equazione lineare per ogni maglia. In generale se si scrivono tutte le equazioni che si possono ottenere in tal modo si ha un numero di equazioni superiore a quello delle incognite in quanto esse non sono tutte indipendenti tra loro. Se le incognite da determinare sono in quanto n sono le correnti da determinare, basterà scegliere fra tutte le equazioni ottenute applicando i due principi di Kirchhoff n **equazioni** fra loro **indipendenti**. Le incognite possono essere calcolate con la regola di **Cramer** una volta che siano note le resistenze dei singoli conduttori e le **f.e.m.** inserite nella rete.
Per scrivere tutte , e sole , tali equazioni indipendenti servono le due norme seguenti:

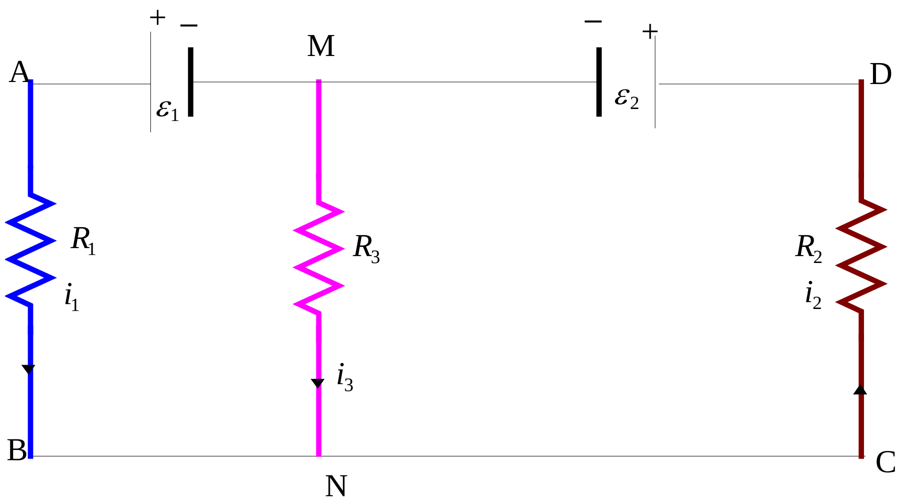
a) Il **primo principio di Kirchhoff** deve essere applicato a tutti i nodi tranne uno, dà quindi tante equazioni indipendenti quanti sono i nodi meno uno.

b) Il **secondo principio di Kirchhoff** si applica a tutte, e sole, le maglie indipendenti e queste si determinano così: • si applichi il secondo principio di Kirchhoff ad una prima maglia, indi la si tagli idealmente in uno dei suoi rami • si ripeta l'operazione ad un'altra maglia della rete, ma l'applicazione del secondo principio di Kirchhoff ad maglia che contenga sia pure un solo ramo già precedentemente tagliato, è inutile: ne risulterebbe un'equazione già conseguenza delle altre .

Di solito, nella risoluzione dei problemi, applicheremo i **primo principio di Kirchhoff** nella forma $\sum_{k=1}^{n} i_k = 0$ ed il **secondo principio di Kirchhoff** nella forma

$$\sum_{k=1}^{n} \varepsilon_k + \sum_{k=1}^{n} i_k \cdot R_k = 0$$

Si immagini di percorrere l'intera maglia partendo da un punto qualsiasi della maglia. Le grandezze ε_k vanno prese col segno (+) [(-)] se attraversiamo il generatore dal polo negativo al polo positivo (dal polo positivo al polo negativo), il prodotti $i_k R_k$ va preso col segno (-) [(+)] se il verso arbitrariamente scelto in precedenza per la corrente i_k coincide (non coincide) col verso dei percorrenza dell'attraversamento completo dell'intera maglia .
In questo caso non occorre fissare un verso di percorrenza della maglia, occorre solo fissare i versi delle correnti i_k , in quanto percorrere l'intera maglia è equivalente a scegliere un verso di percorrenza su di essa.



Applico il teorema alla maglia ABCDA e considero **A** come punto di partenza e di arrivo:

$$-R_1 i_1 - R_2 i_2 - \varepsilon_2 + \varepsilon_1 = 0$$

Applico il teorema alla maglia ABNMA e considero A come punto di partenza e di arrivo:

$$-R_1 i_1 + R_3 i_3 + \varepsilon_1 = 0$$

Applico il teorema alla maglia MNCDM e considero M come punto di partenza e di arrivo:

$$-R_3 i_3 - R_2 i_2 - \varepsilon_2 = 0$$

Il secondo principio di Kirchhoff utilizzando la relazione $\sum \varepsilon_k = \sum i_k \cdot R_k$

1) La corrente convenzionalmente fluisce dal polo (+) al polo (-) nel circuito esterno e dal polo (-) al polo (+) all'interno del generatore.

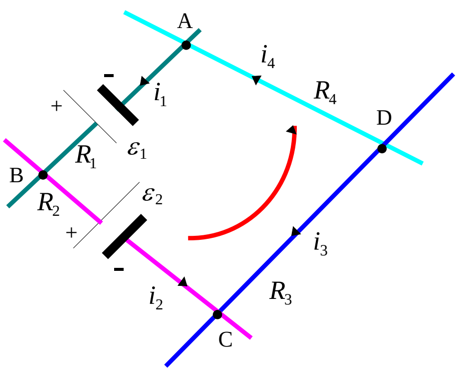
2) Per scrivere correttamente coi loro segni le equazioni $\sum \varepsilon_k = \sum i_k \cdot R_k$ si fissa arbitrariamente un verso di percorrenza sulla maglia. Esso può essere orario oppure antiorario (nel caso della figura è antiorario).

3) Si fissano, arbitrariamente, i versi delle correnti i_k nei singoli conduttori della maglia senza mai cambiarli fino alla soluzione del problema. Se, dopo avere fissato a piacere in ogni ramo della maglia un verso di percorrenza della corrente ed avere risolto il sistema lineare con le correnti incognite, troviamo un valore positivo per la corrente allora il verso convenzionale e quello reale della corrente i_k considerata coincidono. Se, invece, troviamo un valore negativo allora il verso convenzionale della corrente i_k considerata non coincide con quello reale.

4) Si considerano positive le **f.e.m.** concordi col verso di percorrenza della maglia. Questo significa che, percorrendo il perimetro della maglia secondo il verso fissato in precedenza sulla maglia, se attraversiamo la **f.e.m.** ε_k dal morsetto (-) al morsetto (+) essa va preso col segno **positivo** altrimenti va preso col segno negativo.

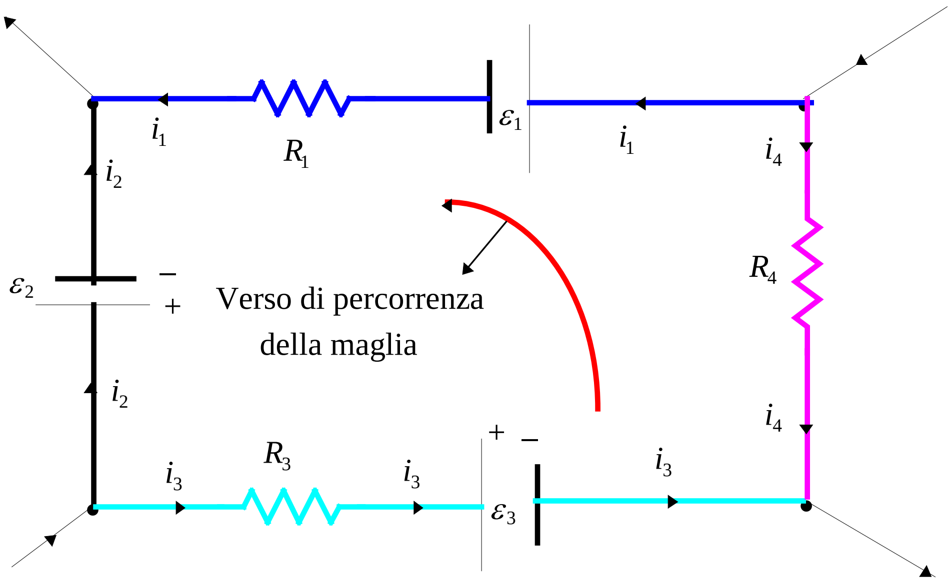
5) i prodotti $R_k i_k$ vanno presi col segno (+) se il verso della corrente i_k (scelto inizialmente in maniera arbitraria) coincide col verso di percorrenza della maglia, col segno (-) in caso contrario

6) A soluzione ultimata se per i_k troviamo un valore positivo allora il verso arbitrariamente assegnato a i_k è quello reale, se invece troviamo un valore negativo allora il verso reale è opposto a quelle arbitrariamente fissato. Se alla fine troviamo $i_3 = -5A$, allora il verso reale della corrente i_3 è opposto a quello prescelto arbitrariamente all'inizio.



Applico la seconda legge di Kirchhoff alla maglia della figura. Otteniamo :

$$\varepsilon_1 - \varepsilon_2 = R_1 i_1 + R_2 i_2 - R_3 i_3 + R_4 i_4$$



$$\varepsilon_2 - \varepsilon_1 - \varepsilon_3 = R_1 i_1 + R_3 i_3 - R_4 i_4$$

7) Se applico il secondo principio di **Kirchhoff** nella forma $\sum_{k=1}^{n} \varepsilon_k + \sum_{k=1}^{n} i_k \cdot R_k = 0$ allora la **convenzione dei segni** è la seguente :

- Supponiamo di attraversare il perimetro della maglia nel verso della maglia preventivamente fissato
- ε_k va presa col segno **(+)** [col segno **(-)**] se attraversiamo ε_k dal polo negativo a quello positivo (dal polo positivo a quello negativo)
- $i_s\ R_s$ va preso col segno **(-)** [col segno **(+)**] se la corrente i_s **ha** (**non ha**) lo stesso verso di quello preventivamente fissato sulla maglia.

8) In un circuito ad una sola maglia c'è un solo percorso lungo il quale si applica il teorema della maglia e la corrente è la stessa in tutti i punti di questo percorso. Nei circuiti a più maglie vi è più di un percorso e la corrente, in generale, non sarà la stessa in tutti i punti di ogni percorso.

9) In una rete comunque complessa in corrente continua, le equazioni tra loro indipendenti tra le grandezze R_k , $\mathbf{i_k}$, ε_k fornite dai due principi di Kirchhoff, sono proprio in numero uguale a quelle dei rami della rete.

- Data una **rete** di conduttori, comunque complessa, le due leggi di Kirchhoff ci permettono di scrivere una equazione lineare nelle intensità delle correnti per ogni nodo della rete ed una equazione lineare per ogni maglia. In generale se si scrivono tutte le equazioni che si possono ottenere in tal modo si ha un numero di equazioni superiore a quello delle incognite in quanto esse non sono tutte indipendenti tra loro.

Se le incognite da determinare sono **n** in quanto **n** sono le correnti da determinare, basterà scegliere fra tutte le equazioni ottenute applicando i due principi di Kirchhoff **n** **equazioni** fra loro **indipendenti**. Le incognite possono essere calcolate con la regola di **Cramer** una volta che siano note le resistenze dei singoli conduttori e le **f.e.m.** inserite nella rete.

Per scrivere tutte, e sole, tali equazioni indipendenti servono le due norme seguenti:

a) Il **primo principio di Kirchhoff** deve essere applicato a tutti i nodi tranne uno, dà quindi tante equazioni indipendenti quanti sono i nodi meno uno.

b) Il **secondo principio di Kirchhoff** si applica a tutte, e sole, le maglie indipendenti e queste si determinano così:

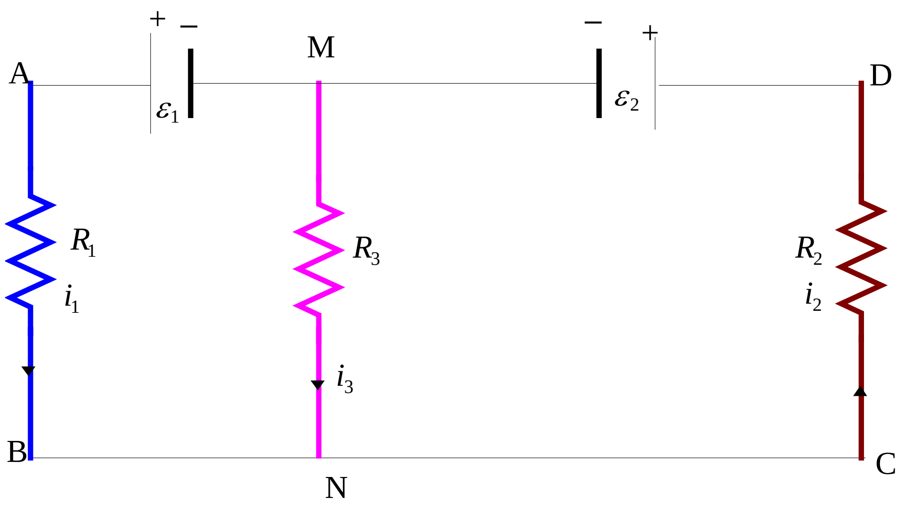
- si applichi il secondo principio di Kirchhoff ad una prima maglia, indi la si tagli idealmente in uno dei suoi rami
- si ripeta l'operazione ad un'altra maglia della rete, ma l'applicazione del secondo principio di Kirchhoff ad maglia che contenga sia pure un solo ramo già precedentemente tagliato, è inutile: ne risulterebbe un'equazione già conseguenza delle altre .

Di solito, nella risoluzione dei problemi, applicheremo il **primo principio di Kirchhoff** nella forma $\sum_{k=1}^{n} i_k = 0$

ed il **secondo principio di Kirchhoff** nella forma $\sum_{k=1}^{n} \varepsilon_k + \sum_{k=1}^{n} i_k \cdot R_k = 0$

Si immagini di percorrere l'intera maglia partendo da un punto qualsiasi della maglia. Le grandezze ε_k vanno prese col segno (+) [(-)] se **attraversiamo il generatore** dal polo negativo al polo positivo (dal polo positivo al polo negativo), il prodotti $i_k R_k$ va preso col segno (-) [(+)] se il verso arbitrariamente scelto in precedenza per la corrente i_k coincide (non coincide) col verso dei percorrenza dell'attraversamento completo dell'intera maglia.

In questo caso non occorre fissare un verso di percorrenza della maglia, occorre solo fissare i versi delle correnti i_k, in quanto percorrere l'intera maglia è equivalente a scegliere un verso di percorrenza su di essa.



Applico il teorema alla maglia ABCDA e considero **A** come punto di partenza e di arrivo:

$$-R_1 i_1 - R_2 i_2 - \varepsilon_2 + \varepsilon_1 = 0$$

Applico il teorema alla maglia ABNMA e considero A come punto di partenza e di arrivo:

$$-R_1 i_1 + R_3 i_3 + \varepsilon_1 = 0$$

Applico il teorema alla maglia MNCDM e considero M come punto di partenza e di arrivo:

$$-R_3 i_3 - R_2 i_2 - \varepsilon_2 = 0$$

La **d.d.p.** tra due punti di una maglia

1) Si fissa arbitrariamente un verso positivo di circolazione nella maglia, ad esempio quello antiorario.

2) Si fissa arbitrariamente un verso positivo alle correnti $\mathbf{i_k}$ di ogni ramo della maglia. Questa scelta non è necessaria se in precedenza, applicando i due principi di Kirchhoff, conosciamo i segni delle correnti $\mathbf{i_k}$ e quindi anche il loro verso reale.

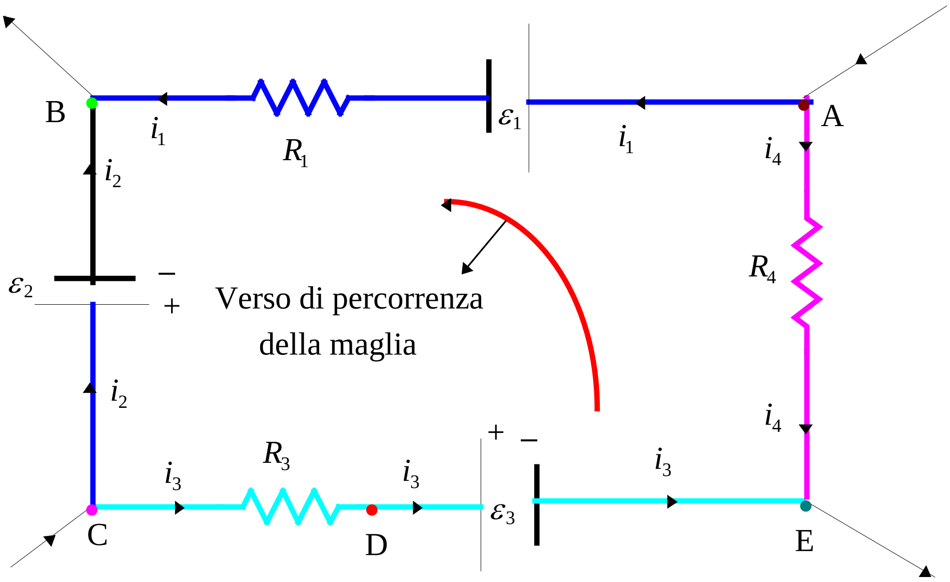
3) $\boldsymbol{\varepsilon_k}$ è positiva (negativa) se la corrente $\mathbf{i_k}$ attraversa il generatore dal polo negativo (positivo) al polo positivo (negativo).

4) il prodotto $\mathbf{R_k}\,\mathbf{i_k}$ va preso col segno negativo (positivo) se la corrente $\mathbf{i_k}$ che attraversa $\mathbf{R_k}$ ha (non ha) lo stesso verso di percorrenza fissato in precedenza sulla maglia.

5) Sommando algebricamente il potenziale $\mathbf{V_A}$ nel punto A del ramo di una maglia le variazioni di potenziale (comprese le **f.e.m.** $\boldsymbol{\varepsilon_k}$) che si incontrano fino ad un altro punto B della maglia, si ottiene il potenziale $\mathbf{V_B}$ nel punto B.

6) Consideriamo la maglia $ABCD$ della figura che comprende 3 **f.e.m.** $(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3)$,

4 resistenze (R_1, R_2, R_3, R_4) e 4 correnti (i_1, i_2, i_3, i_4).



7) Per calcolare la **d.d.p.** $V_A - V_B$ lungo il percorso AB si procede come segue:

Si parte dal punto A e si raggiunge il punto B. Otteniamo:

$$V_A - \varepsilon_1 - R_1 i_1 = V_B \quad \Rightarrow \quad \mathbf{V_A - V_B = \varepsilon_1 + R_1 i_1}$$

Ho scritto $\mathbf{-R_1 i_1}$ in quanto la corrente ε_1 che circola nel ramo AB della maglia ha lo stesso verso di percorrenza sulla maglia.

Se, invece, parto dal punto A e raggiungo il punto B attraverso il percorso $AEDCB$ debbo scrivere:

$$V_A + R_4 i_4 + \varepsilon_3 - R_3 i_3 - \varepsilon_2 = V_B \quad \Rightarrow \quad \mathbf{V_A - V_B = \varepsilon_2 - \varepsilon_3 + R_3 i_3 - R_4 i_4}$$

8) Per calcolare la **d.d.p.** $V_A - V_C$ lungo il percorso ABC si procede come segue:

Si parte dal punto A e si raggiunge il punto C passando per il punto B. Otteniamo:

$V_A - \varepsilon_1 - R_1 i_1 + \varepsilon_2 = V_C \quad \Rightarrow \quad \mathbf{V_A - V_C = \varepsilon_1 - \varepsilon_2 + R_1 i_1}$

9) Per calcolare la **d.d.p.** $V_A - V_D$ lungo il percorso $ABCD$ si procede come segue:

Si parte dal punto A e si raggiunge il punto D attraverso il percorso $ABCD$ debbo scrivere:

$$V_A - \varepsilon_1 - R_1 i_1 + \varepsilon_2 - R_3 i_3 = V_D \quad \Rightarrow \quad \mathbf{V_A - V_D = \varepsilon_1 - \varepsilon_2 + R_1 i_1 + R_3 i_3}$$

10) Per calcolare la **d.d.p.** $V_A - V_E$ lungo il percorso $ABCDE$ si procede come segue:

Si parte dal punto A e si raggiunge il punto E attraverso il percorso $ABCDE$ debbo scrivere:

$$V_A - \varepsilon_1 - R_1 i_1 + \varepsilon_2 - R_3 i_3 - \varepsilon_3 = V_E \quad \Rightarrow \quad \mathbf{V_A - V_E = \varepsilon_1 - \varepsilon_2 + \varepsilon_3 + R_1 i_1 + R_3 i_3}$$

Lungo il percorso AE abbiamo: $V_A + R_4 i_4 = V_E \quad \Rightarrow \quad \mathbf{V_A - V_E = -R_4 i_4}$

Resistenze in parallelo o in derivazione

Due o più resistenze si dicono collegate in parallelo (o in derivazione) quando ai loro estremi è applicata la stessa **d.d.p.**, cioè quando sono inserite tra due medesimi punti di un circuito. In figura sono mostrate tre resistenze collegate ai morsetti di uno stesso generatore di corrente.

Qual è la resistenza R equivalente a questo collegamento in parallelo? La resistenza equivalente è quella resistenza **R** che collegata ai morsetti A e B in sostituzione delle tre resistenze in parallelo si lascia attraversare dalla corrente i. Diversamente possiamo dire che un **solo conduttore di resistenza R è equivalente alle tre resistenze collegate in parallelo se , sotto la stessa d.d.p.** $V_A - V_B$ **, convoglia anch'esso l'intensità totale di corrente i** .

Risulta : $\boxed{\dfrac{V_A - V_B}{R} = i}$ Applicando il primo principio di Kirchhoff al nodo A o al nodo B , possiamo scrivere : [1] $\boxed{i = i_1 + i_2 + i_3}$ $\boxed{V_A - V_B = i_1 R_1 = i_2 R_2 = i_3 R_3 = iR}$ [2]

Per la prima legge di Ohm possiamo scrivere : $i_1 = \dfrac{V_A - V_B}{R_1}$, $i_2 = \dfrac{V_A - V_B}{R_2}$, $i_3 = \dfrac{V_A - V_B}{R_3}$

Sostituendo nella [1] e semplificando otteniamo: $\mathbf{\frac{1}{R}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}}$

<< in più conduttori collegati in parallelo, la somma delle intensità delle correnti nei diversi rami è uguale alla intensità della corrente nel ramo principale; e la conduttanza totale è uguale alla somma delle conduttanze dei singoli rami >>

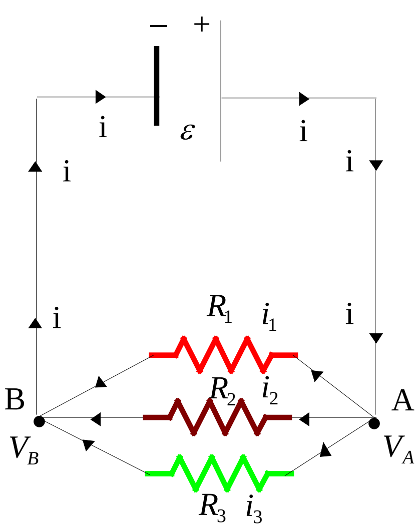
<< La resistenza equivalente **R** di un collegamento in parallelo è minore di ognuna delle resistenze che lo compongono>> .

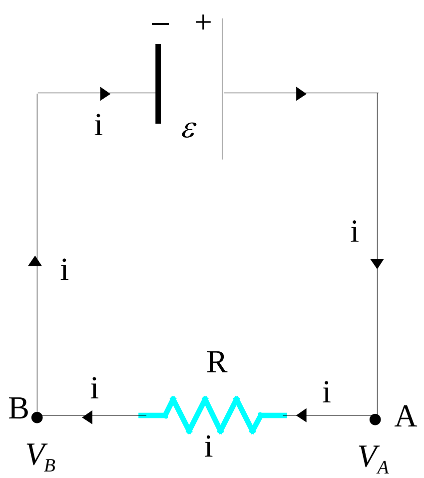
Supponiamo che le tre resistenze collegate in parallelo siano uguali fra loro , cioè supponiamo che :

$$R_3 = R_2 = R_1 \quad , \quad \frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_1} = \frac{3}{R_1} \quad , \quad R = \frac{R_1}{3} \quad \text{cioè :} \quad R < R_1$$

Questo è vero anche quando le singole resistenze non sono uguali fra loro. Dalla relazione [2] deduciamo le seguenti uguaglianze:

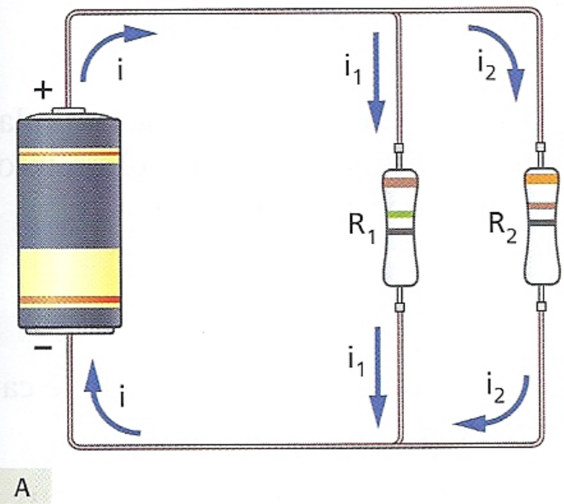
$$\boxed{i_1 = \frac{R}{R_1}\cdot i \quad , \quad i_2 = \frac{R}{R_2}\cdot i \quad , \quad i_3 = \frac{R}{R_3}\cdot i \quad , \quad i_1 R_1 = Ri \quad , \quad i_2 R_2 = Ri \quad , \quad i_3 R_3 = Ri}$$



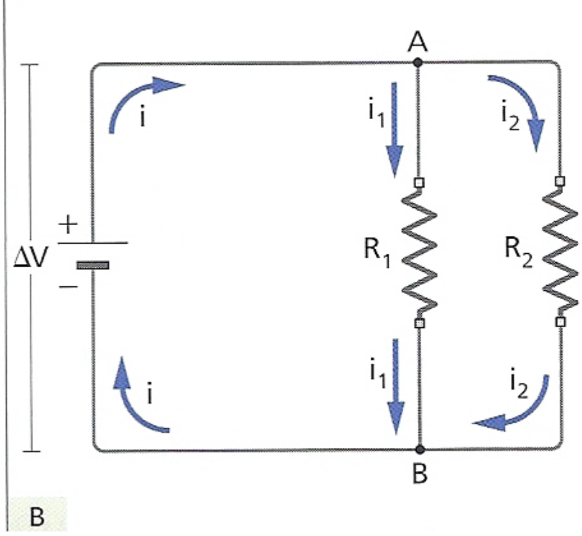


Resistori in parallelo

▶ Questo circuito è costituito da una pila e da due resistori collegati in parallelo.



▶ Lo stesso circuito è rappresentato dal seguente schema.



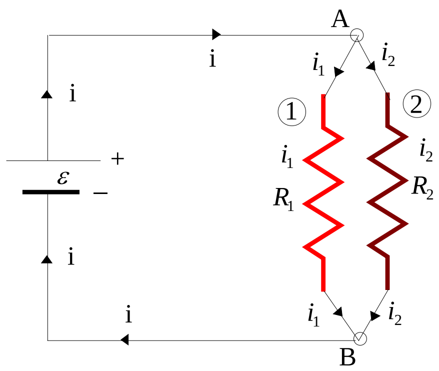
Shunt

Se i reofori tra A e B sono due otteniamo:

$$i = i_1 + i_2 \,,\; V_A - V_B = i_1 R_1 = i_2 R_2 \,,\; i_1 : i_2 = R_2 : R_1$$

E quindi, applicando la proprietà del componendo, otteniamo: $(i_1 + i_2) : i_2 = (R_1 + R_2) : R_1 \,,\; i : i_2 = (R_1 + R_2) : R_1$

$$\mathbf{i_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} i = \frac{i}{1 + \frac{R_2}{R_1}}}$$



La corrente **i** si divide nel nodo A in due parti inversamente proporzionali alle resistenze R_1 ed R_2 .

Od anche: nel ramo (2) passa la frazione $\mathbf{\frac{R_1}{R_1 + R_2}}$ della corrente totale **i**.

Se R_1 è molto minore di R_2 $(R_1 << R_2)$, i_2 è una piccola parte di **i**. Il ramo (1) rappresenta uno shunt (o derivatore o deviatore di corrente).

$$R_2 = 9R_1 \qquad \Rightarrow \quad i = 10 i_2 \qquad \left(i_2 = \frac{i}{10}\right)$$

$$R_2 = 99R_1 \qquad \Rightarrow \quad i = 100 i_2 \qquad \left(i_2 = \frac{i}{100}\right)$$

$$R_2 = 999R_1 \qquad \Rightarrow \quad i = 1000 i_2 \qquad \left(i_2 = \frac{i}{1000}\right)$$

L’uso più comune dello shunt si ha negli amperometri (anche di maggiore precisione) per corrente continua. Questi sono, per esempio, dei milliamperometri, cioè sulla scala indicano direttamente in $10^{-3}\ A$ l’intensità della corrente che li attraversa.

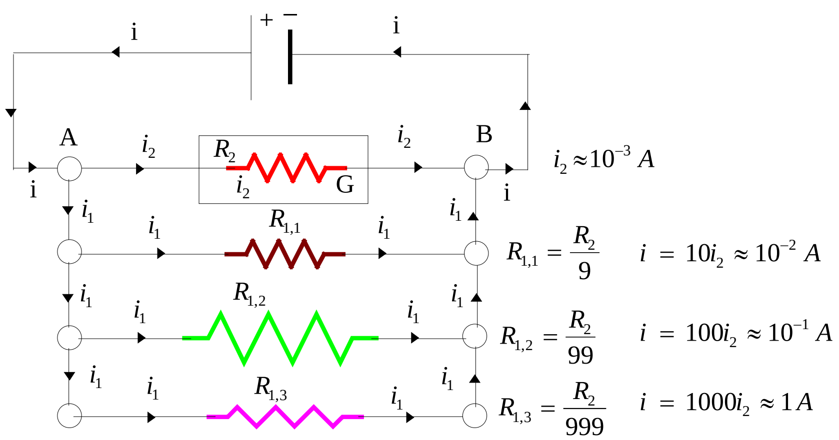
Ciascuno di tali milliamperometri è fornito di un <<corredo di shunt>> da inserire tra i serrafili A e B del milliamperometro , come è indicato in figura. Si dice che l’amperometro **G** è **shuntato**.

Se R_2 è la resistenza interna del milliamperometro , le resistenze dei vari shunt sono, ad esempio:

$$R_{1,1} = \frac{R_2}{9} \quad , \quad R_{1,2} = \frac{R_2}{99} \quad , \quad R_{1,3} = \frac{R_2}{999}$$

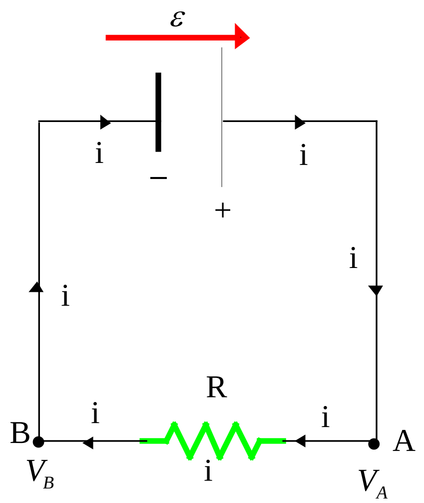
Così il milliamperometro shuntato col primo shunt misura la corrente **i** in $10^{-2}\ A$, col secondo shunt misura **i** in $10^{-1}\ A$, col terzo shunt misura **i** in ampere.

Come ogni galvanometro , il milliamperometro è ancora inserito in serie col circuito dato dove deve misurare la corrente **i** , ma solo una frazione nota di questa serve a farlo funzionare .



Forza elettromotrice

Esistono alcuni apparecchi , come batterie e generatori elettrici , capaci di mantenere una **d.d.p.** fra due punti ai quali sono collegati. Si dice che tali apparecchi sono sorgenti di forza elettromotrice. Una forza elettromotrice (**f.e.m.**) è rappresentata con una freccia posta vicino alla sorgente e diretta nel verso in cui la sorgente farebbe muovere, nel circuito esterno, un portatore di carica positiva.



Una sorgente di **f.e.m.** deve eseguire un lavoro sui portatori di carica che entrano in essa. Ad esempio nel circuito della figura , la sorgente sposta le cariche positive da un punto a basso potenziale (il morsetto negativo) ad un punto ad alto potenziale (il morsetto positivo) attraverso la sorgente stessa. Nella figura, nel tempo t, una carica **q** passa attraverso ogni sezione trasversale del circuito, in particolare entra nella sorgente di **f.e.m.** ε all'estremo a basso potenziale e ne esce all'estremo ad alto potenziale.

La sorgente deve eseguire un lavoro **L** per costringere i portatori di carica (positiva) a portarsi al punto il cui potenziale è più elevato.

La **f.e.m.** della sorgente è definita dalla seguente relazione :

$$\varepsilon = \frac{L}{q}$$

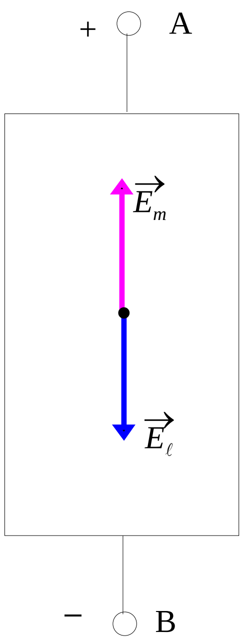
Una carica elettrica positiva mobile si sposta nel verso della corrente dal potenziale più elevato verso il potenziale più basso: il ruolo della **f.e.m.** **è quello di fare ritornare tale carica dal potenziale più basso a quello più alto**, fornendo al sistema l'energia necessaria per determinare il passaggio di corrente , quell'energia dissipata per la legge di Joule. Il fatto che una sorgente di **f.e.m.** esegua un lavoro sui portatori di carica, implica che, all'interno della sorgente, si abbia una trasformazione dell'energia; per esempio in una batteria l'energia chimica si è trasformata un energia elettrica. Così possiamo descrivere una sorgente di **f.e.m.** come un apparecchio nel quale energia chimica, meccanica o di altra natura viene trasformata (reversibilmente) in energia elettrica. L'energia chimica data dalla batteria è immagazzinata nei campi elettrico **e** magnetico che circondano il circuito.

- Il concetto di **f.e.m.** è uno dei più delicati e quindi è opportuno chiarirlo ulteriormente.

1) Abbiamo detto in elettrostatica che tutti i punti di un conduttore in equilibrio debbono essere allo stesso potenziale. **Una batteria isolata è un conduttore in equilibrio, eppure tra i suoi poli esiste una d.d.p. detta f.e.m. ?** Come la mettiamo con questa apparente contraddizione ?

Il principio di equipotenzialità di tutti i punti di un conduttore vale soltanto per i conduttori chimicamente e fisicamente omogenei. Nessuna batteria soddisfa a queste condizioni: una batteria d'auto, per esempio, contiene piombo, acqua, acido solforico. Nell'interno della batteria esiste un campo elettromotore $\vec{E}_m$.

Esso agisce su una carica elettrica **q** con una forma $\vec{F}_m = q \cdot \vec{E}_m$ e quindi ha diritto di chiamarsi <<elettro**...** >> ma non elettrostatico. Infatti esso non ha origine da distribuzioni statiche di cariche elettriche. La sua origine dipende dal tipo di batteria.



Solitamente $\vec{E}_m$ è di origine chimica , ma potrebbe anche esser di origine meccanica. Allora $\vec{E}_m$ sposterà gli elettroni di conduzione verso un polo , detto appunto negativo, ed il polo opposto rimane carico positivamente . Le cariche ai poli generano un campo elettrostatico $\vec{E}_\ell$ con verso opposto ad $\vec{E}_m$.

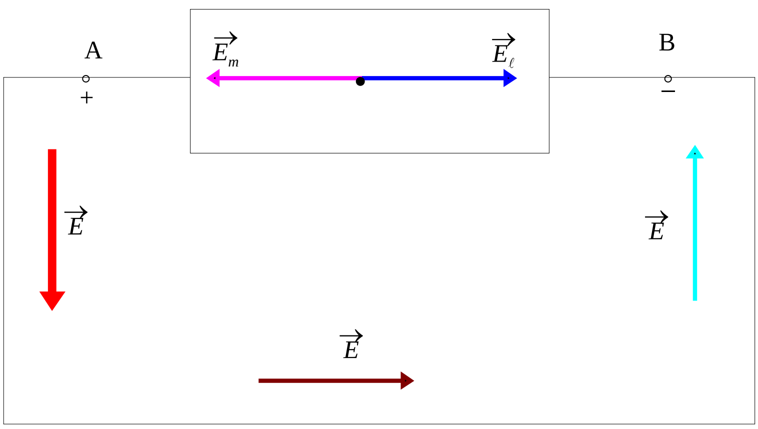
Quando $\boxed{\vec{E}_\ell = -\vec{E}_m}$ si raggiunge la condizione di equilibrio poiché sugli elettroni agiscono forze a risultante nullo e quindi non si ha ulteriore spostamento.

La **d.d.p.** dovuta all'accumulo di cariche ai poli è la **f.e.m.**, cioè la **f.e.m.** **di un generatore è il rapporto tra il lavoro (massimo) L che le forze del campo elettromotore** (di origine non elettrostatica) **compiono per trasportare una carica positiva q sull'elettrodo a potenziale minore a quello a potenziale maggiore, e la carica q stessa**.

$$\varepsilon = \frac{L}{q}$$

Il campo elettromotore agisce soltanto all'interno del generatore.

2) Quando il passaggio di corrente ha convogliato sul polo positivo della batteria una quantità di elettroni tale da annullare la **d.d.p.** tra i poli, la corrente dovrebbe annullarsi. Chi ripristina la d.d.p. originaria ?



Quando colleghiamo i due poli con un conduttore, si rompe la condizione di equilibrio $\vec{E}_\ell = -\vec{E}_m$

Il campo elettrostatico $\vec{E}_\ell$ all'interno della batteria ha modulo $E_\ell < E_m$ ed esiste anche un campo elettrostatico $\vec{E}$ lungo il conduttore. Gli elettroni di conduzione possono muoversi da A verso B all'interno della batteria (in quando sottoposti all'azione del campo $\vec{\mathbf{E}}_{\mathbf{m}} - \vec{\mathbf{E}}_\ell$ avente modulo non nullo) e da B verso A nel conduttore per effetto del campo $\vec{E}$.

Si è stabilita una corrente elettrica che dura finché la batteria non si scarica, cioè fino a quando la batteria non è più in grado di portare elettroni dal polo A al polo B .

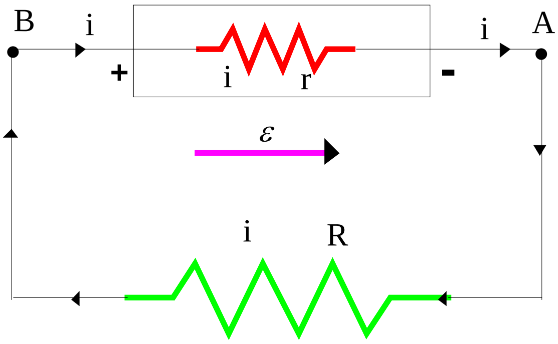
3) Il circuito si riscaldo per effetto Joule, quindi la pila deve fornire lavoro. Ma qual è il campo che compie lavoro?

Il circuito è chiuso ed essendo il campo elettrostatico conservativo il lavoro compiuto dalle sue forze lungo tutto il circuito è nullo. Pertanto sono le forze del campo elettromotore $\vec{E}_m$ (che è nullo al di fuori del generatore che non è tenuto ad essere conservativo) a compiere il lavoro **L** su una carica **q** quando questa percorre l'intero circuito.

Il rapporto tra il lavoro **L** e la carica **q** è la **f.e.m.** del generatore che coincide anche (essendo $\vec{E}_m$ nullo al di fuori del generatore) col rapporto tra il lavoro **L** compiuto dalle forze del campo elettromotore per portare la carica positiva dal polo negativo a quello positivo e la carica **q** quando il circuito è aperto ed il generatore in equilibrio.

La prima legge di Ohm applicata ad un circuito chiuso

Quando in un circuito chiuso passa una corrente **i** (che in condizioni stazionarie è costante) bisogna tenere conto del fatto che la corrente **i** passa non solo entro il conduttore esterno di resistenza **R** ma anche entro il generatore il quale presenta sempre una resistenza **r** diversa da zero , sicché la resistenza totale dell'intero circuito è $R + r$ e quindi la legge di Ohm va scritta:



$$\frac{\varepsilon}{i} = R + r \quad \text{cioè :} \quad \varepsilon = (R + r)i \qquad [A]$$

La relazione [A] può essere scritta così: $\varepsilon = Ri + ri \quad \varepsilon = RI + ri$

Ma: $Ri = V_A - V_B$ e quindi: $\varepsilon = V_A - V_B + ri$ [B] $V_A - V_B = \varepsilon - ri$ [C]

Questa relazione mostra che la **d.d.p.** tra i morsetti del generatore a circuito aperto è maggiore di quella che si stabilisce tra gli stessi punti a circuito chiuso.

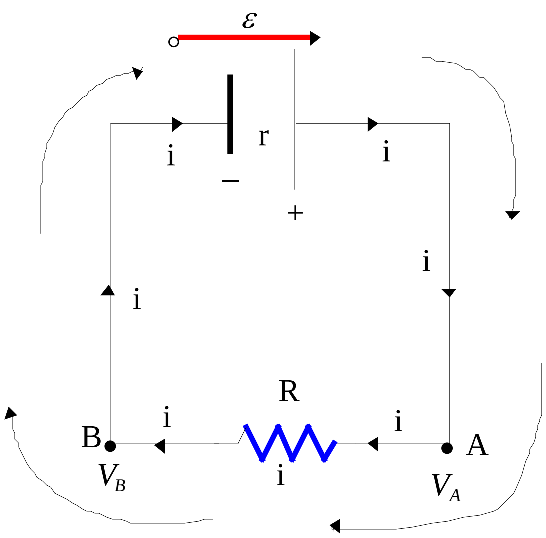
La [B] mostra pure che la resistenza interna r di un generatore è valutabile mediante misure di **d.d.p.** e di intensità di corrente. Se $r << R$ non si commette un errore apprezzabile nello scrivere la [B] nella forma: $\varepsilon = Ri = V_A - V_B$

In altri termini , quando la resistenza interna è molto piccola rispetto al **carico esterno** , la **f.e.m.** si confonde con la **d.d.p.** ai morsetti del generatore a circuito chiuso.

Teorema della maglia

Regola della resistenza: Se si passa attraverso una resistenza R nel verso della corrente, la variazione di potenziare è $-Ri$; nel verso opposto + $+Ri$.

Regola della f.e.m.: Se si passa attraverso un generatore di **f.e.m.** ideale nella direzione positiva della freccia che rappresenta la **f.e.m.**, la variazione di potenziale è ε, nella direzione opposta è $-\varepsilon$.



Consideriamo un circuito elementare costituito da una pila avente **f.e.m.** ε , resistenza interna **r** , resistenza esterna **R** . Tale circuito sia attraversato dalla corrente **i**.

Sommando algebricamente al potenziale V_A in un punto A del circuito tutte le variazioni di potenziale che si incontrano in un giro completo lungo il circuito otteniamo lo stesso potenziale.

Con parole diverse possiamo affermare che **la somma algebrica delle d.d.p. incontrate nel percorrere interamente il circuito deve essere nulla**

1) Se attraversiamo un **resistore** nello stesso verso della corrente **i** in un qualsiasi ramo di un circuito, la variazione di potenziale è $-Ri$ poiché vi è una **caduta** (diminuzione) di potenziale lungo il resistore nel verso della corrente.

Se un resistore è percorso in senso inverso a quello della corrente , la variazione di potenziale è $+Ri$. Infatti per la prima legge di Ohm possiamo scrivere $V_A - V_B = Ri$ e quindi $V_B - V_A = -Ri$.

2) Se una sede di **f.e.m.** è attraversata nel verso di questa (cioè dal polo negativo al polo positivo) la variazione di potenziale è $+\varepsilon$, se è attraversata dal polo positivo al polo negativo la variazione di potenziale è $-\varepsilon$.

Quando vi è una corrente costante (corrente stazionaria) che percorre un circuito chiuso vi è un valore fisso in ogni suo punto per il potenziale elettrico, cioè per l'energia potenziale elettrica per unità di carica. Se consideriamo una carica nel punto **A** e la seguiamo nel suo cammino lungo tutto il circuito fino a che essa non ritorna nel punto A , la sua energia potenziale alla fine del percorso deve essere uguale a quella iniziale . Pertanto la la somma algebrica delle variazioni di potenziale alle quali la carica va incontro nel percorrere completamente il circuito deve essere zero , e questo è il teorema della maglia.

Consideriamo il circuito della figura e supponiamo di partire dal punto A avente potenziale V_A e di percorrere il circuito in senso orario . Nell'attraversare la resistenza esterna **R** incontriamo una diminuzione di potenziale, pari a $-Ri$. [27]

Attraversando il generatore di corrente (**pila**) nel verso della corrente (cioè dal polo negativo al polo positivo) incontriamo un aumento di potenziale $+\varepsilon$ pari alla **f.e.m.** della pila [28] ed una diminuzione di potenziale (caduta di tensione) $-ri$ dovuta al fatto che il generatore ha una resistenza interna.

Sommando algebricamente al potenziale di partenza V_A le $d.d.p.$ incontrate dobbiamo ottenere lo stesso valore V_A , cioè : $V_A - Ri + \varepsilon - ri = V_A$ $\boxed{\varepsilon = (R + r)i}$ $\boxed{\dfrac{\varepsilon}{i} = R + r}$ $\boxed{i = \dfrac{\varepsilon}{R + r}}$

ε-Ri-ri=0 **La somma algebrica delle** $d.d.p.$ **per un percorso completo del circuito è nulla**

Diversamente possiamo scrivere che la somma algebrica delle $d.d.p.$ lungo le resistenze R ed r è uguale a zero , cioè: $(V_B - V_A)_R + (V_A - V_B)_r = 0$. Ma : $V_B - V_A = -Ri$, $V_A - V_B = -ri + \varepsilon$ e quindi , la precedente relazione , diventa : **ε-Ri-ri=0** **[§§]**

---

[27] Il segno **meno** sta a significare che il potenziale dell'estremità superiore della resistenza R è maggiore del potenziale dell'estremità inferiore perché i portatori di carica positiva perdono energia potenziale spostandosi da un potenziale maggiore ad uno inferiore

[28] perché la pila esegue un lavoro positivo sui portatori di carica in quanto li sposta da un punto a potenziale minore ad un punto a potenziale maggiore

La relazione **[§§]** può essere commentata anche nella seguente maniera :
Supponiamo di partire dal punto A il cui potenziale è V_A e di percorrere il circuito in senso orario . Nell'attraversare la resistenza R incontriamo una **d.d.p.** $-Ri$. Il segno meno sta a significare che il potenziale delle estremità destra è maggiore del potenziale della estremità opposta , perché i portatori di carica positiva perdono energia potenziale spostandosi da un potenziale maggiore ad uno minore . Attraversando la batteria da sinistra verso destra , incontriamo un aumento di potenziale $+\varepsilon$, perché la batteria esegue un lavoro positivo sui portatori di carica , cioè li sposta da un punto a potenziale più basso ad un punto a potenziale maggiore .
Sommando algebricamente al potenziale iniziale V_A le differenze di potenziale incontrate dobbiamo ottenere lo stesso valore V_A , ovvero: $V_A - Ri + \varepsilon - ri = V_A$

Il **teorema della maglia** è un modo particolare di enunciare il **principio di conservazione dell'energia** nei circuiti elettrici.

Due regole pratiche

1) Se la resistenza **R** è attraversata nel verso della corrente **i** la **caduta di potenziale** è $-Ri$, altrimenti è Ri

2) Se una sorgente di $f.e.m.$ è attraversata nel verso della corrente (cioè dal polo negativo al polo positivo) la caduta di potenziale è $+\varepsilon$, altrimenti è $-\varepsilon$.

Forza elettromotrice e differenza di potenziale

Consideriamo un qualsiasi circuito percorso dalla corrente **i** e siano **A** e **B** due suoi qualsiasi punti. La **d.d.p.** fra questi due punti può avere un solo valore. Questo significa che dobbiamo ottenere lo stesso risultato per tutti i percorsi che collegano questi due punti . Consideriamo il percorso $B\varepsilon A$.

Abbiamo: $V_B + \varepsilon - ir = V_A \Rightarrow$ $\mathbf{V_A - V_B = \varepsilon - ri}$ Legge di Ohm generalizzata

Consideriamo il percorso BRA . Abbiamo :

$V_B + Ri = V_A$ $\mathbf{V_A - V_B = Ri}$ Prima legge di Ohm

$V_A - V_B = V_A - V_B \Rightarrow \varepsilon - ir = Ri$ $\varepsilon = (R + r)\imath$ già trovata per altra via

Reostati [1]

Gli elementi attivi di un circuito sono il generatore di tensione e il generatore di corrente, mentre gli elementi passivi di un circuito elettrico sono:

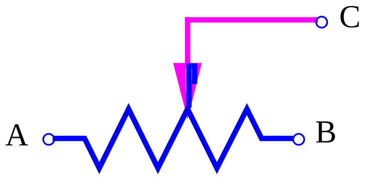
a) i resistori [2] chiamati anche resistenze **b)** i capacitori detti anche condensatori **c)** gli induttori chiamati anche induttanze.

I reostati sono dispositivi che, inseriti in un circuito elettrico, consentono di variarne la resistenza elettrica entro certi limiti. Per la costruzione dei reostati si utilizzano fili conduttori capaci di mantenersi a temperatura costante quando sono attraversati dalla corrente.

Di solito questi fili conduttori sono costituiti da opportune leghe metalliche (come la **costantana**, l'*argentana*, la <u>manganina</u>, il **nichelcromo**) le quali presentando una resistenza specifica ρ piuttosto elevata risultano poco variabili con la temperatura. Abbiamo reostati a cursore, reostati a cassetta, reostati a tastiera.

I reostati a cursore sono costituiti da un supporto cilindrico isolante (ad esempio ceramica) su cui è avvolto un filo metallico di elevata resistività avente gli estremi fissati a due morsetti A e B . Un cursore metallico scorrevole lungo un'asta metallica (di sezione assai maggiore di quella del filo e di lunghezza uguale a quella del supporto) stabilisce il contatto tra un terzo morsetto **C** (generalmente di colore rosso) e una qualsiasi spira . Collegato il reostato al circuito in A e C (oppure in B e C) , spostando il cursore è possibile variare con continuità la lunghezza del filo inserito e quindi il valore della resistenza , da zero al valore massimo corrispondente alla resistenza di tutto il filo .

Tale **valore massimo** è indicato su una targhetta assieme alla corrente massima che il resistore può sopportare . I **reostati a cursore** si rappresentano convenzionalmente come indicato in figura .

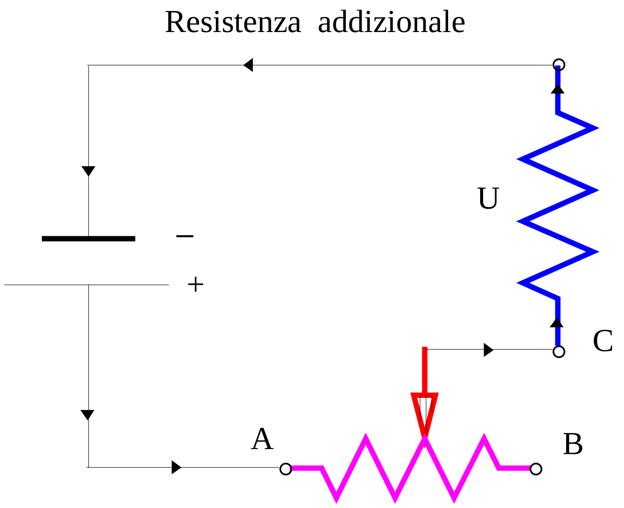


I reostati a cursore si utilizzano nei laboratori di fisica o come resistenze addizionali per regolare l'intensità di corrente o come *partitori di tensione* (potenziometri) per prelevare **d.d.p.** variabili .

---

[1] Caforio Ferilli vol 3 pag. 84
[2] Un **resistore** è un conduttore usato in un circuito per introdurre una resistenza elettrica . Nella pratica si usa il termine **resistenza** in luogo di <u>resistore</u> sapendo che la resistenza è una proprietà fisica del resistore

Se si usa come resistenza addizionale il reostato deve essere inserito nel circuito come indicato in figura . In tal caso la corrente entra nel reostato da A ed esce attraverso il cursore C . Spostando **C** varia la resistenza inserita e quindi varia l'intensità della corrente nell'utilizzatore U .



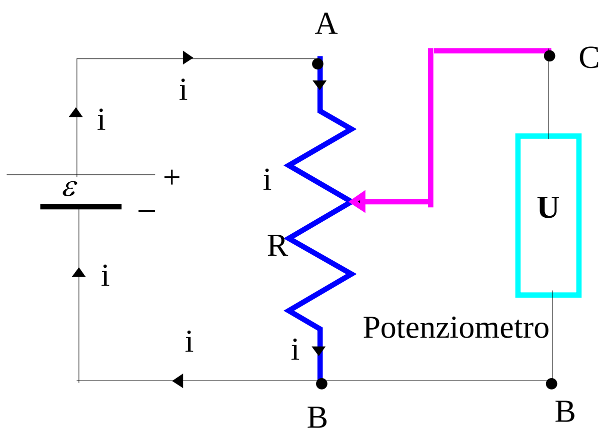
Se il reostato a cursore viene usato come *partitore di tensione* (cioè come **potenziometro**), deve essere inserito come indicato in figura. Gli estremi A e B sono collegati ai poli del generatore avente **f.e.m.** ε. Se **R** è la resistenza di tutto il conduttore che realizza il reostato e $V_A - V_B$ la **d.d.p.** che si stabilisce ai suoi estremi , la corrente **i** che circola in esso è , per la legge di Ohm

$$\mathbf{i = \frac{V_A - V_B}{R}}$$

Tra i punti C e B del reostato esiste una caduta di tensione (**d.d.p.**) data da:

$$V_C - V_B = R_{CB} \cdot i = \frac{R_{CB}}{R}(V_A - V_B)$$

essendo R_{CB} la resistenza del conduttore compreso tra **C** e **B** . Spostando il cursore **C** tra A e B si possono ottenere tra i punti A e B **d.d.p.** variabili dal valore zero quando ($C \equiv B$) al valore massimo $V_A - V_B$ (quando $C \equiv A$).



Un reostato a cassetta è costituito da un certo numero di resistenze di valore noto collegate in serie . Mentre con il reostato a cursore è possibile variare con continuità la resistenza fra un valore minimo ed uno massimo , con un reostato a cassetta è possibile variare la resistenza solo per quantità definite e costanti . Nella cassetta sono contenute delle spiraline di resistenza nota che collegano dei grossi blocchi metallici di resistenza trascurabile . I diversi blocchetti sono separati tra di loro da un piccolo intervallo . Sui blocchetti estremi sono fissati i serrafili A e B . Inserendo una o più spine metalliche fra questi blocchi, risultano escluse le resistenze delle spiraline corrispondenti perché la corrente , che è inversamente proporzionale alla resistenza , attraversa in pratica soltanto i blocchi consecutivi posti a contatto delle spine.

Quando nella cassetta non è inserita nessuna spina , la corrente **i** per andare da A a B dovrà attraversare tutte le spiraline ed incontrerà quindi una resistenza uguale alla somma delle loro resistenze . Quando si inserisce la spina D si elimina la resistenza di 2Ω e quindi la resistenza complessiva è di 8Ω . Inserendo tra i blocchetti un diverso numero di spine , in modo da escludere dal circuito alcuni reofori , si possono ottenere diversi valori della resistenza . Su ogni cassetta è spesso indicato il **carico** che essa può sopportare , cioè l'intensità della corrente che può venirvi convogliata senza riscaldare eccessivamente i reofori .

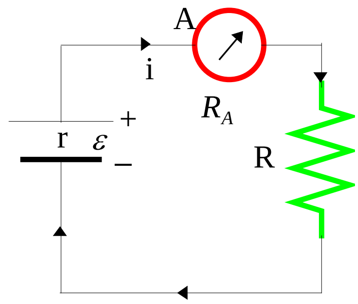
Strumenti di misura: amperometri, voltmetri, ohmetri

In questo paragrafo studieremo la misurazione delle principali grandezze elettriche che intervengono nei circuiti in corrente continua. I dispositivi che misurano l'intensità di corrente, la differenza di potenziale e la resistenza sono chiamati rispettivamente amperometri, voltmetri, ohmetri.

I più comuni strumenti di misura sono ad indice con deviazione prodotta dall'effetto magnetico della corrente. A seconda della loro sensibilità questi strumenti vengono chiamati amperometri, milliamperometri, microamperometri, galvanometri. Quest'ultimi sono in grado di misurare correnti elettriche dell'ordine di $10^{-11}\,A$. Per misurare l'intensità della corrente che passa in un ramo di un circuito si usano gli amperometri destinati a misurare correnti anche molto intense (da qualche ampere fino a decine e centinaia di ampere). L'amperometro viene collegato in serie con il ramo stesso, in modo che tutta la corrente che fluisce nel ramo lo attraversi. Poiché l'amperometro ha una certa resistenza R_A, l'intensità della corrente nel circuito cambia quando viene inserito l'amperometro. Idealmente l'amperometro dovrebbe avere una resistenza molto piccola rispetto alla resistenza **R** del circuito ($R_A << R$) se non vogliamo alterare l'intensità della corrente da misurare con l'inserimento dell'amperometro.

Per misurare la **d.d.p.** esistente tra due punti di un circuito si possono adoperare gli elettrometri; ma essendo strumenti molto sensibili e delicati, si usano assai raramente.

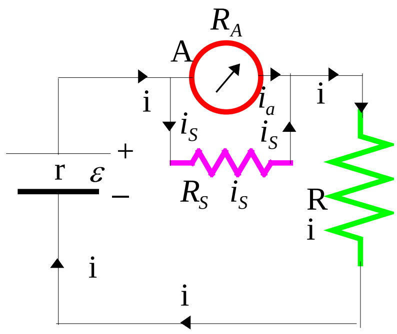
Per misurare la corrente i nel resistore **R** si inserisce in serie col resistore un amperometro **A** di resistenza $R_A << R$. Solo così la corrente **i** da misurare non varia sensibilmente .



Amperometro con **shunt** per misurare correnti **i** maggiori di quelle indicate sul fondo scala dell'amperometro.

$$R_A = 9R_S \quad \Rightarrow \quad i = 10 i_A$$

$$R_A = 99R_S \quad \Rightarrow \quad i = 100 i_A$$



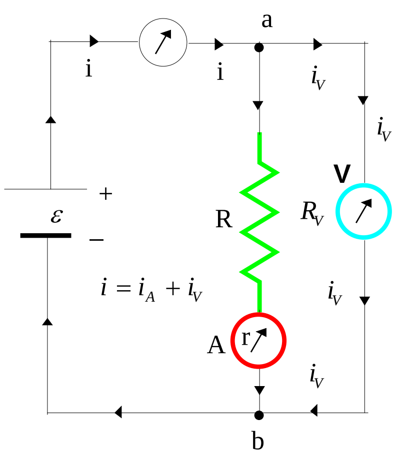
Di solito per misurare la **d.d.p.** esistente tra due punti di un circuito si usa il voltmetro che è un amperometro con una elevata resistenza addizionale in serie. Il voltmetro deve essere inserito in parallelo, cioè con i morsetti posti nei punti interessati. Applicando la prima legge di Ohm abbiamo: $V_A - V_B = (r + R_A) i_A = R_V \cdot i_V$ $\qquad \dfrac{\mathbf{i_V}}{\mathbf{i_A}} = \dfrac{\mathbf{r + R_A}}{\mathbf{R_V}}$

Si vede che i_V è tanto più piccola quanto più grande è la resistenza R_V del voltmetro rispetto a $(r + R_A)$ somma della resistenza del circuito e di quella interna dell'amperometro A.

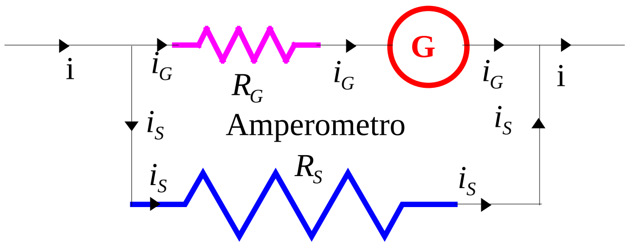
Possiamo concludere affermando che un buon amperometro (voltmetro) deve avere bassa (alta) resistenza $R_A << R$ ($R_V >> R$).

Per misurare la **d.d.p.** agli estremi di un resistore **R** si inserisce in parallelo con esso un voltmetro **V** di resistenza $R_V >> R$.

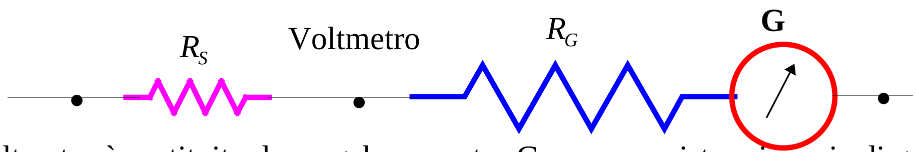
Il voltmetro riduce la resistenza tra i punto **a** e **b**, aumentando così la corrente totale nel circuito e modificando la **d.d.p.** agli estremi della resistenza **R** .



Il principale componente di un amperometro o di un voltmetro è un galvanometro, cioè un dispositivo che rivela una piccola corrente che lo attraversa. Il tipo più comune, il galvanometro di Deprez-D'Arsonval, è costituito da una bobina di filo libera di ruotare attorno al suo asse, da un indice e da una scala. Il galvanometro è progettato in modo che l'indicazione della scala sia direttamente proporzionale all'intensità della corrente che attraversa lo strumento. Il funzionamento di un galvanometro si basa sul principio che una bobina percorsa da una corrente in un campo magnetico è soggetta ad una coppia di forze (coppia motrice) il cui momento è, in modulo, direttamente proporzionale all'intensità della corrente. Questa coppia motrice fa ruotare la bobina finché non è equilibrata dalla coppia di richiamo fornita dalla sospensione meccanica della bobina ì. Per costruire un amperometro partendo da un galvanometro , si inserisce un piccolo resistore R_S , chiamato derivatore o shunt, in parallelo col galvanometro. Poiché la resistenza dello shunt è di solito molto minore della resistenza del galvanometro **G**, la maggior parte della corrente attraversa lo shunt e la resistenza equivalente dell'amperometro è molto minore della resistenza del galvanometro .



Un amperometro è costituito da un galvanometro G e da un piccolo resistore R_S in parallelo , chiamato derivatore o shunt



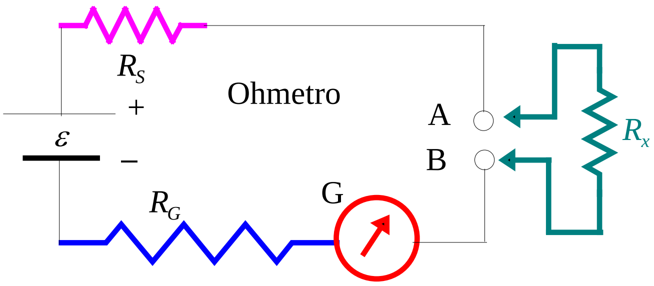
Un voltmetro è costituito da un galvanometro G con un resistore in serie di grande resistenza R_S

La figura rappresenta un ohmetro costituito da una pila di **f.e.m.** ε , da un galvanometro **G** di resistenza interna R_G e da un resistore avente resistenza R_S ; esso può essere usato per misurare una resistenza incognita R_x . La resistenza R_S è scelta in modo che l'indice del galvanometro devii a fondo scala quando i morsetti A e B sono corto circuitati , cioè sono posti a contatto tra loro .
Perciò il fondo scala sul galvanometro corrisponde alla resistenza **zero** ($R_x = 0$) . Questo significa che la corrente massima ($i_m = \dfrac{\varepsilon}{R_S + R_G}$) corrisponda allo zero della graduazione in **ohm** quando lo strumento è in <<corto circuito>> (resistenza esterna $R_x = 0$) .

Quando i morsetti sono collegati ai capi di un resistore di resistenza incognita R_G , l'intensità **I** della corrente è minore di i_m e l'indice del galvanometro non devia a fondo scala . L'intensità della corrente in questo caso è :

$$I = \frac{\varepsilon}{R_S + R_G + R_x}$$

Poiché questa intensità di corrente dipende da R_G , la scala deve essere tarata in funzione della resistenza misurata, dal valore **zero** in corrispondenza del fondo scala al valore infinito in corrispondenza della deviazione **zero**. Poiché la taratura della scala è lungi dall'essere lineare e dipende dalla costanza della **f.e.m.** della pila, tale ohmetro non è uno strumento di alta precisione ; ma è abbastanza utile per eseguire misurazioni rapide , seppure grossolane , della resistenza .



Un **ohmetro** è costituito da una pila di **f.e.m.** ε in serie con un galvanometro G di resistenza R_G e con un resistore R_S scelto in modo che il galvanometro dia una deviazione a fondo scala quando i punti A e B sono cortocircuitati .

Calcolo di reti elettriche

Si definisce rete un sistema comprendente due o più nodi o maglie. Una maglia può contenere diversi nodi e comprendere rami che collegano un nodo con un altro. Ogni ramo a sua volta può contenere varie resistenze o anche elementi di circuito.

Un nodo della rete collegato ad un corpo mantenuto ad un potenziale costante e noto (cioè **messo a terra**) costituisce un nodo di riferimento, nel senso che i potenziali di tutti gli altri punti della rete possono essere convenientemente riferiti ad esso. (§§)

In una rete distinguiamo:

1) i nodi che sono punti in cui confluiscono almeno tre rami

2) i rami che sono tratti di circuito compresi tra due nodi

3) le maglie che sono un insieme di più rami costituenti un circuito chiuso

4) le correnti che sono tante quanti sono i rami della rete.

Normalmente il calcolo di una rete elettrica consiste nella determinazione delle correnti in ciascun ramo, noti i valori delle **f.e.m.** e delle resistenze presenti nella rete.

(§§) Se il circuito è isolato si può arbitrariamente porre uguale a zero il potenziale del nodo a potenziale più basso

Se **r** è il numero dei rami della rete, per il calcolo delle **r** correnti occorre scrivere e risolvere un sistema di **r** equazioni fra loro indipendenti in **r** incognite [A] Ciò è possibile applicando ambedue i principi di Kirchhoff. Se **N** è il numero dei nodi , si può applicare il primo principio di Kirchhoff ad $N-1$ [B] Il sistema lineare costituito da **r** equazioni si ottiene scrivendo altre $r-(N-1)$ equazioni lineare applicando il secondo principio di Kirchhoff alle maglie . Anche queste equazioni lineari debbono essere fra loro indipendenti , cioè occorre evitare di considerare maglie in cui i rami siano percorsi più volte. Una buona norma è quella di tagliare un ramo dalla maglia che si è considerata in modo da aprire il relativo circuito e procedere considerando altre maglie fino a che non esistono più circuiti chiusi . In molti casi quando si studia un circuito la direzione corretta della corrente può essere determinata solo procedendo per tentativi . Se i calcoli sono esatti l'analisi fornisce non solo il valore corretto della corrente ma anche il suo verso . Se si trova un valore negativo per una determinata corrente ciò significa semplicemente che il verso della corrente nel ramo considerato è opposto a quello assunto inizialmente.

Analisi per rami (Metodo dei Nodi)

01) In questo caso consideriamo la corrente i_k che circola in ogni ramo di ciascuna maglia del circuito. Scelgo ad arbitrio il verso della corrente i_k in ogni ramo. Se, dopo avere risolto il problema, trovo un valore negativo per i_k allora il verso reale di i_k è opposto a quello scelto inizialmente ad arbitrariamente.

02) Se i nodi del circuito sono **N**, applico il primo principio di Kirchhoff ad **N-1** nodi.

03) Se **M** è il numero delle maglie indipendenti della rete, allora applico ad esse il **secondo principio di Kirchhoff** nella forma $\sum \varepsilon_k = \sum i_k \cdot R_k$ dove, questa volta, i_k è la corrente del ramo e non la corrente della maglia

04) Immagino di percorrere la maglia nel verso prefissato. Se la corrente attraversa il generatore di tensione dal polo negativo al polo positivo (dal polo positivo al polo negativo) prendo ε col segno positivo (**negativo**) . $R_k\, i_k$ va preso col segno positivo (**negativo**) se la corrente del ramo k ha (non ha) lo stesso verso della maglia.

05) Trovo tante equazioni quante sono le correnti incognite dei rami del circuito .

[A] Tante quante sono le correnti
[B] L'applicazione del primo principio di Kirchhoff al nodo ennesimo darebbe luogo ad una equazione combinazione lineare che non sarebbe indipendente

Come caso particolare consideriamo la **rete** della figura che comprende 4 **nodi** , sei **rami** nei quali passano le correnti i_1 , i_2 , i_3 , i_4 , i_5 , i_6 e due $f.e.m.$ costanti ε_1 , ε_2 . Per risolvere il circuito in funzione delle correnti nei rami occorre definire un sistema di 6 equazioni fra loro indipendenti .

Applicando la prima legge di Kirchhoff ai nodi A , B , C otteniamo :

$$\begin{cases} i_3 + i_4 - i_2 = 0 & \text{nodo A} \quad (\gamma) \\ i_2 + i_6 - i_1 = 0 & \text{nodo B} \quad (\gamma_1) \\ i_1 + i_5 - i_3 = 0 & \text{nodo C} \quad (\gamma_2) \end{cases} \qquad \textbf{[M]}$$

D è il nodo di riferimento

Applichiamo la seconda legge di Kirchhoff alle tre maglie indicate in figura coi relativi versi di percorrenza .

$$\begin{cases} \varepsilon_1 = R_1 i_1 + R_6 i_6 - R_5 i_5 & \text{per la maglia N° 1} \\ \varepsilon_2 = R_2 i_2 + R_4 i_4 - R_6 i_6 & \text{per la maglia N° 2} \\ -\varepsilon_2 = R_3 i_3 - R_4 i_4 + R_5 i_5 & \text{per la maglia N° 3} \end{cases} \qquad \textbf{[ρ]}$$

La terza equazione del sistema lineare [ρ] può essere scritta così:

$$\varepsilon_2 = -R_3 i_3 + R_4 i_4 - R_5 i_5 \qquad \text{per la maglia N° 3}$$

L'equazione di ogni altra maglia è una opportuna combinazione lineare delle tre precedenti o di due di esse. Abbiamo ottenuto un sistema lineare di 6 equazioni indipendenti nelle incognite i_1, i_2, i_3, i_4, i_5, che possiamo risolvere utilizzando il teorema di Cramer.

Il potenziale di ogni punto del circuito rispetto al nodo di riferimento ($V_D = 0$) può essere determinato sommando le cadute di potenziale lungo un percorso qualunque compreso tra il punto considerato ed il nodo di riferimento . Mi calcolo il potenziale V_A andando da A a D passando attraverso il generatore . $\boxed{V_A + \varepsilon_2 - R_4 i_4 = V_D}$

- quando si attraversa un conduttore avente resistenza **R** si ha una diminuzione di potenziale pari ad Ri e quindi al potenziale di partenza bisogna aggiungere $-Ri$
- quando si attraversa una $f.e.m.$ dal $(-)$ al $(+)$ si ha un aumento di potenziale e quindi al potenziale di partenza bisogna aggiungere ε , in caso contrario si ha una diminuzione di potenziale e quindi al potenziale di partenza bisogna aggiungere $-\varepsilon$. Nel nostro caso è $V_D = 0$ per cui possiamo scrivere : $\boxed{V_A = R_4 i_4 - \varepsilon_2}$ $(\times)$

Mi calcolo il potenziale V_B andando dal nodo **B** al nodo **D** : $V_B - R_6 i_6 = V_D$ $\boxed{V_B = R_6 i_6}$ $(\times\times)$

Mi calcolo il potenziale V_C andando dal nodo **C** al nodo **D** : $V_C - R_5 i_5 = V_D$ $\boxed{V_C = R_5 i_5}$ $(\times\times\times)$

Analisi per maglie (Metodo delle maglie)

01) Si individuano le **M** maglie indipendenti e si fissa arbitrariamente il verso della corrente di maglia I_k di ciascuna maglia [43]

02) Applichiamo a ciascuna maglia indipendente il **secondo principio di Kirchhoff** la cui struttura è del tipo $\sum \varepsilon_k = \sum i_k \cdot R_k$

03) Immaginiamo di percorrere il contorno di ciascuna maglia (ad esempio) nel verso (scelto arbitrariamente) per la corrente I_k della maglia k.

ε_k va presa col segno positivo (negativo) **se la corrente di maglia** I_k attraversa ε_k dal polo negativo a quello positivo (dal polo positivo a quello negativo).

$R_k\, I_k$ va preso col **segno** + (-) se il verso di percorrenza del contorno della maglia coincide col verso della corrente di maglia I_k

04) La resistenza R_k può essere percorsa contemporaneamente dalla corrente I_k della maglia k e dalla corrente I_s della maglia s e non è detto che i due versi debbano coincidere

05) Qualche volta la corrente di un ramo può coincidere con la corrente di una maglia; altre volte è la somma algebrica di più correnti di maglia.

Applichiamo Questo metodo al circuito indicato in figura. Il secondo metodo di analisi è noto come analisi per maglie (o metodo delle maglie). In questo procedimento si introducono le correnti I_1 , I_2 , I_3 nelle maglie N° 1 , N° 2 , N° 3 . Risulta:

$\boxed{I_1 = i_1}$ nella maglia N°1 $\boxed{I_2 = i_2}$ nella maglia N°2 $\boxed{I_3 = i_3}$ nella maglia N°3 **[U]**

$$i_3 + i_4 - i_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad I_3 + i_4 - I_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{i_4 = I_2 - I_3}$$

$$i_2 + i_6 - i_1 = 0 \quad \Rightarrow \quad I_2 + i_6 - I_1 = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{i_6 = I_1 - I_2} \qquad [\,\sigma\,]$$

$$i_1 + i_5 - i_3 = 0 \quad \Rightarrow \quad I_1 + i_5 - I_3 = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{i_5 = I_3 - I_1}$$

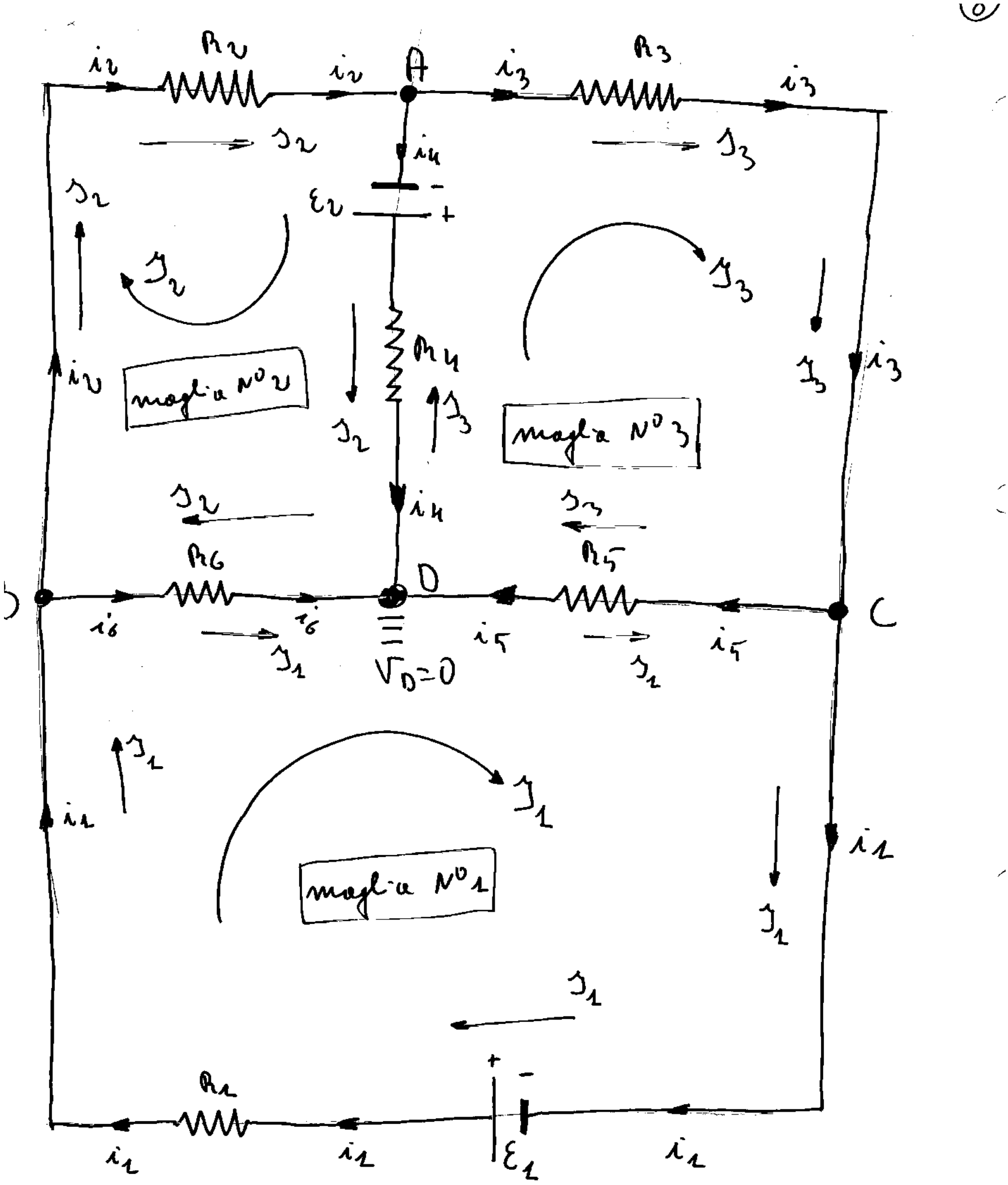
Sostituendo nel sistema lineare [ρ] otteniamo :

$$\begin{cases} R_1 I_1 + R_6(I_1 - I_2) - R_5(I_3 - I_1) = \varepsilon_1 \\ R_2 I_2 + R_4(I_2 - I_3) - R_6(I_1 - I_2) = \varepsilon_1 \\ R_3 I_3 - R_4(I_2 - I_3) + R_5(I_3 - I_1) = -\varepsilon_2 \end{cases} \qquad [\,\mathbf{H}\,]$$

Otteniamo un sistema lineare di tre equazioni nelle tre incognite I_1 , I_2 , I_3 .

---

[43] indichiamo con I_k la corrente di ciascuna maglia e con i_k la corrente di ciascun ramo della maglia o del circuito



J_1, J_2, J_3 sono le correnti di maglia

i_1, i_2, i_3, i_4, i_5, i_6 sono le correnti di ramo

Utilizzando le [σ] possiamo ricavare le correnti i_1 , i_2 , i_3 , i_4 , i_5 , i_6 che circolano nei rami della rete . Utilizzando le equazioni $(\times)$ $(\times\times)$ $(\times\times\times)$ possiamo calcolare i potenziali dei nodi .

Nell'applicazione del metodo delle maglie non importa quali siano i percorsi chiusi utilizzati come maglie. L'unica condizione che occorre rispettare è che ogni ramo deve risultare incluso in almeno una maglia.

Problema

Analizzare il circuito della figura sapendo che $R_1 = R_2 = 1\Omega$, $R_3 = R_4 = 2\Omega$, $R_5 = R_6 = 0{,}5\Omega$, $\varepsilon_1 = 2V$, $\varepsilon_2 = 1V$ ed applicando :

a) l'analisi per rami b) l'analisi per maglie c) l'analisi per nodi.

Analisi per rami (Metodo dei Nodi)

Sostituendo i valori numerici nei sistemi [M] e [ρ] otteniamo il seguente sistema:

$$\begin{cases} i_1 + 0{,}5i_6 - 0{,}5i_5 = 2 \\ i_2 + 2i_4 - 0{,}5i_6 = 1 \\ 2i_3 - 2i_4 + 0{,}5i_5 = -1 \\ i_3 + i_4 - i_2 = 0 \\ i_2 + i_6 - i_1 = 0 \\ i_1 + i_5 - i_3 = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} 2i_1 + i_6 - i_5 = 4 \\ 2i_2 + 4i_4 - i_6 = 2 \\ 4i_3 - 4i_4 + i_5 = -2 \\ i_3 + i_4 - i_2 = 0 \\ i_2 + i_6 - i_1 = 0 \\ i_1 + i_5 - i_3 = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} i_1 = \dfrac{48}{41}A \\ i_2 = \dfrac{22}{41}A \\ i_3 = \dfrac{4}{41}A \\ i_4 = \dfrac{16}{41}A \\ i_5 = -\dfrac{42}{41}A \\ i_6 = \dfrac{26}{41}A \end{cases}$$

Il verso reale di è opposto a quello arbitrariamente assegnato . I potenziali dei nodi possono essere ricavati utilizzando le equazioni $(\times)$ $(\times\times)$ $(\times\times\times)$.

$$\boxed{V_A = R_4\, i_4 - \varepsilon_2 = 2\cdot\frac{16}{41} - 1 = -\frac{9}{41}V} \qquad \boxed{V_B = R_6\, i_6 = \frac{1}{2}\cdot\frac{26}{41} = \frac{13}{41}V}$$

$$\boxed{V_C = R_5\, i_5 = \frac{1}{2}\cdot\left(-\frac{42}{41}\right) = -\frac{21}{41}V}$$

Analisi per maglie (Metodo delle Maglie)

Sostituendo i valori numerici nel sistema lineare [H] otteniamo :

$$\begin{cases} I_1 + \frac{1}{2}(I_1 - I_2) - \frac{1}{2}(I_3 - I_1) = 2 \\ I_2 + 2(I_2 - I_3) - \frac{1}{2}(I_1 - I_2) = 1 \\ 2I_3 - 2(I_2 - I_3) + \frac{1}{2}(I_3 - I_1) = -1 \end{cases} \qquad \begin{cases} 4I_1 - I_2 - I_3 = 4 \\ -I_1 + 7I_2 - 4I_3 = 2 \\ I_1 + 4I_2 - 9I_3 = 2 \end{cases} \qquad \begin{cases} I_1 = \frac{48}{41}A \\ I_2 = \frac{22}{41}A \\ I_3 = \frac{6}{41}A \end{cases}$$

Utilizzando le equazioni [U] e [σ] possiamo ricavare i valori di i_1 , i_2 , i_3 , i_4 , i_5 , i_6 .

$$\boxed{i_1 = I_1 = \frac{48}{41}A} \quad \boxed{i_2 = I_2 = \frac{22}{41}A} \quad \boxed{i_3 = I_3 = \frac{6}{41}A} \quad \boxed{i_4 = I_2 - I_3 = \frac{22}{41} - \frac{6}{41} = \frac{16}{41}A}$$

$$\boxed{i_5 = I_3 - I_1 = \frac{6}{41} - \frac{48}{41} = -\frac{42}{41}A} \qquad \boxed{i_6 = I_1 - I_2 = \frac{48}{41} - \frac{22}{41} = \frac{26}{41}A}$$

Effetti principali della corrente elettrica

- Il moto delle cariche elettriche attraverso un conduttore è dovuto al campo elettrico $\vec{E}$ che agisce su di esse . Le forze di tale campo compiono un lavoro che , nel caso di un conduttore di resistenza **R**, vale : $L = q(V_A - V_B) = i^2Rt$

Questo lavoro spesso viene restituito sotto forme diverse di energia: in altre parole, la **corrente elettrica produce diversi effetti**.

Gli effetti principali della corrente elettrica sono tre :

1) effetto Joule o effetto termico

2) effetto chimico

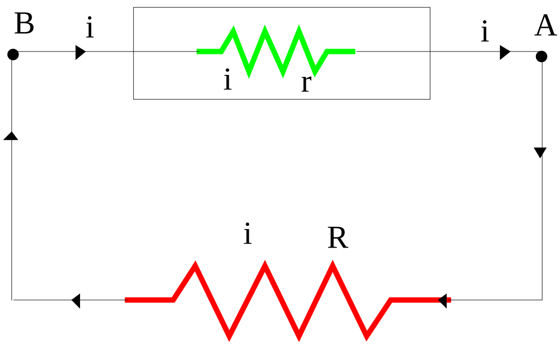
3) effetto magnetico

Si ammette come incondizionatamente valido il principio di conservazione dell'energia elettrica nell'ambito delle trasformazioni dell'energia elettrica in energia di altra specie.

Energia e potenza di una corrente elettrica continua

Una macchina elettrica, in quanto genera una **d.d.p.** tra i due suoi poli, deve essere pensata come la causa del moto delle cariche elettriche presenti all'interno del conduttore. La **d.d.p.** che la macchina può generare (a circuito aperto) ha per questo il nome di **f.e.m.** e si indica con uno dei seguenti simboli: **ε , e , E , f** .

Se nel **reoforo** AB di resistenza **R** passa la corrente **i** da A verso B , attraverso una sezione qualunque del reoforo passa nel tempo **t** la quantità di elettricità : $q = it$



Nel tempo **t** una carica **q** è entrata nel reoforo in A (ove il potenziale è V_A) ed una uguale carica **q** è uscita da B (ove il potenziale è $V_B < V_A$). Alla resa dei conti , è come se una carica **q** fosse passata dal punto A ove il potenziale è V_A al punto B ove il potenziale è V_B.

Quando la carica **q** passa dal punto A al punto B le forze del campo compiono un lavoro dato da :

$$\underset{A\to B}{L}(\vec{F}) = U_A - U_B = q\cdot(V_A - V_B) = (V_A - V_B)it$$

Se la carica **q** passa attraverso un circuito nel quale vale la legge di Ohm $V_A - V_B = Ri$, la formula precedente diventa: $\underset{A\to B}{L}(\vec{F}) = U_A - U_B = q\cdot(V_A - V_B) = (V_A - V_B)it = i^2Rt = \dfrac{(V_A - V_B)^2}{R}\cdot t$

La potenza **W** [1] sviluppata o assorbita dal circuito esterno vale:

$$W = \frac{L}{t} = (V_A - V_B)i = i^2R = \frac{(V_A - V_B)^2}{R} \qquad \textbf{[**]}$$

La formula **[**]** è nota come legge di Joule e non è altro che un modo particolare di scrivere il principio di conservazione dell'energia nel caso in cui l'energia elettrica sia trasformata in energia termica (calore). E' opportuno, a questo punto, osservare che le relazioni [**] da noi trovate rappresentano la **potenza che si sviluppa** nel solo circuito esterno al generatore.

[1] La **potenza** è l'energia assorbita o sviluppata nell'unità di tempo o meglio è l'energia riferita al tempo

Per calcolare l'**energia totale che per unità di tempo si sviluppa in tutto il circuito**, basterà fare uso della relazione: $\boxed{\varepsilon=(R+r)i}$ avendosi questa volta:

$$\varepsilon = \frac{L}{q} \qquad L = \varepsilon q \qquad W = \frac{L}{t} = \frac{\varepsilon q}{t} = \varepsilon i \qquad \mathbf{W=\varepsilon i=i^2(R+r)=i^2R+i^2r=\frac{\varepsilon^2}{R+r}}$$

In questa formula i^2R è la potenza che si sviluppa nella parte esterna del circuito, mentre i^2r è la potenza che si sviluppa all'interno del generatore.

Effetto Joule e sua interpretazione microscopica (*)

Per semplicità noi abbiamo sempre parlato della corrente elettrica che fluisce in un conduttore come di un flusso di elettroni di conduzione che si muovono tutti con la stessa velocità v_d ; ma il moto degli elettroni di conduzione può essere più accuratamente descritto come una serie di accelerazioni che terminano ogni volta con una collisione con le particelle fisse (ioni del reticolo) del conduttore. Nel cammino fra due collisioni successive gli elettroni acquistano energia cinetica che poi cedono interamente alle particelle fisse urtando contro di esse. L'energia acquistata in tal modo dalle particelle fisse (che **sono fisse nel senso che la loro posizione media non cambia**) aumenta l'ampiezza delle loro oscillazioni. In altri termini essa è convertita in energia termica (cioè in calore). L'**effetto Joule** consiste, pertanto, nella trasformazione dell'energia elettrica in energia termica (il conduttore si riscalda) cosa questa che fa aumentare l'energia cinetica degli ioni del reticolo aumentando la temperatura del conduttore. Vediamo adesso come è possibile verificare sperimentalmente l'effetto Joule. Vogliamo misurare il calore **q** prodotto da una corrente **i** che fluisce in un conduttore ohmico di resistenza **R**. Esamineremo qui il caso in cui la perdita di energia elettrica si ritrova tutta sotto forma di calore, come accade quando si pone in un calorimetro isotermo (ossia a temperatura costante come avviene nel calorimetro di Bunsen) un conduttore di resistenza **R** in cui fluisce una corrente di intensità **i**.

Dal primo principio della termodinamica (meglio dal principio di equivalenza), poiché il conduttore è mantenuto sempre nelle stesse condizioni (e quindi non si hanno variazioni di energia interna) tutto il lavoro elettrico si ritrova sotto forma di calore che viene misurato dal calorimetro.

(*) Toraldo di Francia pag. 79 Amaldi Università pag. 159

Il lavoro compiuto dalle forze del campo elettrico è: $\mathbf{L = i^2 R t}$

Il calore sviluppato è: $L = J q \quad \mathbf{q = \frac{1}{J} L = k L}$

$$\mathbf{q = k i^2 R t = \frac{1}{J} i^2 R t}$$

$\mathbf{J}$ = equivalente meccanico della caloria $\mathbf{J = 0{,}24 \frac{cal}{joule}}$

$\mathbf{k = 0{,}24 \frac{cal}{joule}}$ = equivalente termico del lavoro

Dal primo principio della termodinamica (meglio dal principio di equivalenza), poiché il conduttore è mantenuto sempre nelle stesse condizioni (e quindi non si hanno variazioni di energia interna) tutto il lavoro elettrico si ritrova sotto forma di calore che viene misurato dal calorimetro. Il lavoro compiuto dalle forze del campo elettrico è: $\mathbf{L = i^2 R t}$

Il calore sviluppato è : $L = J q \quad q = \frac{1}{J} L = k L \quad \mathbf{q = k i^2 R t = \frac{1}{J} i^2 R t}$

$\mathbf{J = 4{,}186 \frac{joule}{cal}}$ = equivalente meccanico della caloria

$\mathbf{k = 0{,}24 \frac{cal}{joule}}$ = equivalente termico del lavoro

Osservazione N°1: Se misuriamo $\mathbf{q}$ in joule risulta $\mathbf{k = 1}$ (senza dimensioni) in quanto abbiamo $\mathbf{1 cal = \frac{1}{0{,}24} joule}$ e quindi: $\mathbf{q = i^2 R t}$ ($\mathbf{q}$ in $\mathbf{joule}$, $\mathbf{i}$ in ampere, $\mathbf{R}$ in $\mathbf{ohm}$, $\mathbf{t}$ in secondi)

Se $\mathbf{q}$ è la misura del calore in calorie $J q$ è la misura del calore in joule. L'avere trovato $\mathbf{k = 1}$ significa che $\mathbf{q}$ e $\mathbf{i^2 R t}$ sono delle energie uguali da misurare con la stessa unità.

$\mathbf{q = 0{,}24 i^2 R t}$ ($\mathbf{q}$ in calorie, $\mathbf{i}$ in ampere, $\mathbf{R}$ in $\mathbf{ohm}$, $\mathbf{t}$ in secondi)

$\mathbf{q = k W t = \frac{1}{J} W t}$ ($\mathbf{W}$ potenza sviluppata nel circuito esterno)

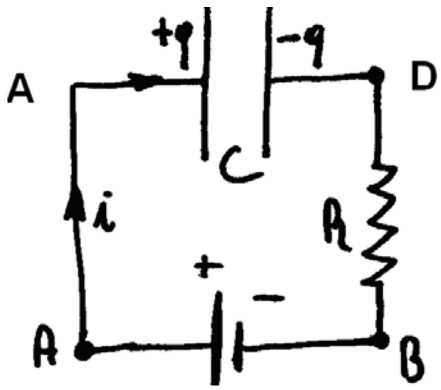
Circuito RC

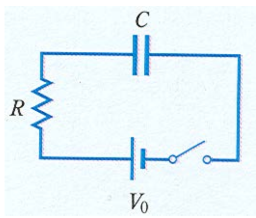
Processo di carica di un condensatore

Un circuito elettrico che contiene un resistore e un condensatore è chiamato circuito **RC**. In tale circuito la corrente non è costante, ma varia nel tempo. Quando si chiude l'interruttore del circuito cominciano a fluire delle cariche (si stabilisce così una corrente di intensità **i** variabile) tra le armature del condensatore e i poli della batteria. Questa corrente determina un aumento della carica accumulata sulle armature del condensatore e aumenta anche la sua differenza di potenziale $\Delta V_C = \frac{q}{C}$. Quando questa **d.d.p.** uguaglia la **f.e.m.** f del generatore la corrente si annulla.

Su ogni armatura del condensatore si è depositata la carica Q: $q = C \cdot \Delta V_C$ che all'equilibrio diventa: $Q = C \cdot f$

Circuito per la **carica di un condensatore**: un generatore di **f.e.m.** costante è collegato al condensatore di capacità **C** mediante una resistenza **R**.





Vogliamo esaminare il processo di carica del condensatore di capacità C. Vogliamo sapere in particolare come variano nel tempo la carica $q(t)$ sulle armature del condensatore, la **d.d.p.** $\Delta V_C(t)$ ai suoi estremi e la corrente $i(t)$ nel circuito. Applico il secondo principio di Kirchhoff al circuito percorrendolo in senso orario partendo dal generatore di **f.e.m.** f. Otteniamo:

$$f - \Delta V_R - \Delta V_C = 0 \qquad f - Ri - \frac{q}{C} = 0 \qquad f - Ri = \frac{q}{C} \qquad \text{Risulta pure: } \quad i = \frac{dq}{dt} = \frac{\Delta q}{\Delta t}$$

Consideriamo in circuito costituito da un generatore di **f.e.m.** f, un resistore R e un condensatore C. Inizialmente l'interruttore del circuito è aperto, nel circuito non circola corrente e il condensatore è scarico. Al tempo $t = 0$ viene chiuso l'interruttore ed inizia la carica del condensatore di capacità C.

Dopo avere collegato il condensatore scarico di capacità C attraverso la resistenza R con un generatore di **f.e.m.** f si hanno i seguenti fenomeni:

1) su ciascuna delle armature del condensatore si separa la carica

$$q(t) = C \cdot f \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right) = C \cdot f \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

con $\tau = R \cdot C$ = costante di tempo del circuito, che è una misura del tempo impiegato da un condensatore a caricarsi e scaricarsi.

2) durante il processo di carica il circuito è percorso dalla corrente $i(t) = \frac{dq}{dt} = \frac{f}{R} \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$

3) la **d.d.p.** tra le armature del condensatore passa dal valore zero al valore:

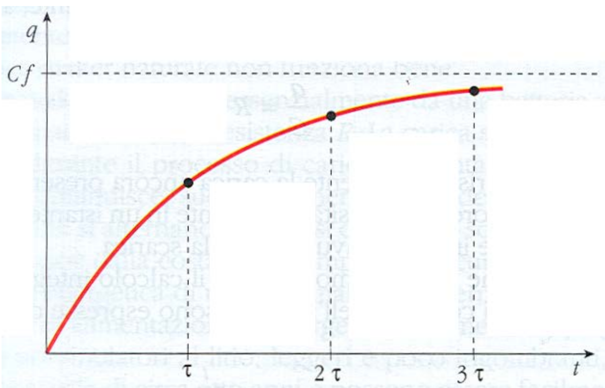
$$\Delta V_C = V_A - V_D = f \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right) = \frac{q}{C}$$

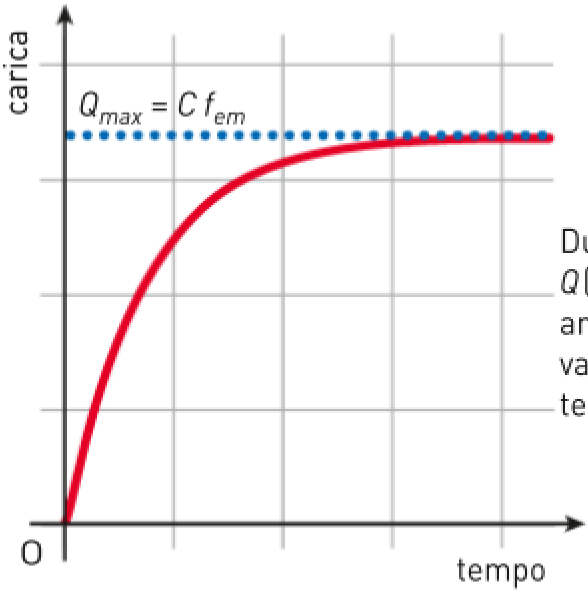
4) $\Delta V_R(t) = V_D - V_B = R \cdot i = f \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$

$t = 0 \Rightarrow i = i_o = \frac{f}{R}$ = corrente iniziale $q = C \cdot f \cdot (1 - 1) = 0$ $V_A - V_C = V_o = f \cdot (1 - 1) = 0$

Il processo di carica del condensatore si interrompe quando la carica del condensatore raggiunge il valore massimo $Q = C \cdot f$, cui corrisponde la **d.d.p.** tra le armature pari alla **f.e.m. f** del generatore: $\Delta V_C = \frac{Q}{C} = f$. Il campo elettromotore presente all'interno della pila è uguale ed opposto al campo elettrostatico generato dalle cariche presenti sulla armature del condensatore.

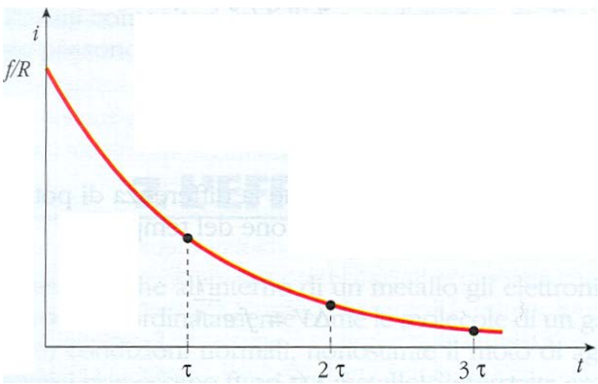
Grafico della quantità di carica **q** sulle armature del condensatore in funzione del tempo t nella **fase di carica** di un **circuito RC** alimentato da una **f.e.m. f** .





Durante il processo di carica, la carica $Q(t)$ del condensatore ha un andamento crescente, che tende al valore massimo $Q_{max} = C f_{em}$ per t che tende all'infinito.

Grafico dell'intensità di corrente **i** in funzione del tempo **t** durante la **carica** di un **circuito RC** alimentato da una **f.e.m.** ε.



La corrente, variabile nel tempo, è dovuta all'allontanamento di elettroni di conduzione dall'armatura positiva del condensatore e all'afflusso di un uguale numero di elettroni all'armatura negativa. Ovviamente non c'è alcun passaggio di elettroni attraverso lo spazio compreso fra le armature del condensatore.

Processo di scarica di un condensatore

Consideriamo un condensatore **C** con carica iniziale **Q** e un resistore R e un interruttore inizialmente aperto. La **d.d.p.** fra le armature del condensatore vale $\Delta V_C = \frac{Q}{C} = f$.

Supponiamo che il condensatore sia completamente carico. Sotto questa ipotesi la **d.d.p.** ΔV_C fra le armature del condensatore è uguale ed opposta alla **f.e.m.** f del generatore $\Delta V_C = \frac{Q}{C} = f$.

All'istante $t=0$ si chiude l'interruttore e le cariche si muovono dall'armatura a potenziale maggiore a quella a potenziale minore generando una corrente variabile.

L'equazione del circuito in questo caso è: $\frac{q(t)}{C}=i(t)$ in cui $q(t)$ e $i(t)$ sono rispettivamente la carica ancora presente sulle armature del condensatore e l'intensità della corrente in un istante t generico, successivo all'istante in cui ha avuto inizio la scarica.

Durante il processo di scarica del condensatore lungo la resistenza R si origina una corrente variabile nel tempo di intensità: $i = \frac{f}{R} \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$

$q(t) = C \cdot f \cdot e^{-\frac{t}{RC}} = Q \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$ = carica del condensatore variabile nel tempo

$V_A - V_D = V_C = f \cdot e^{-\frac{t}{RC}} = \frac{Q}{C} \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$ = d.d.p. **tra le armature del condensatore variabile nel tempo**.

Dimostrazione delle formule precedenti

Finora abbiamo considerato circuiti elettrici comprendenti un generatore di forza elettromotrice costante e una o più resistenze. L'intensità della corrente che percorre tali circuiti non muta nel tempo. Ora vogliamo introdurre anche il **condensatore** come elemento di circuito. Ciò porterà a considerare **correnti variabili nel tempo**. Da un punto di vista qualitativo abbiamo già osservato che, collegando le armature di un condensatore ai poli di un generatore, si produce un movimento di cariche dal generatore verso le armature; questo dà luogo a una corrente elettrica variabile nel tempo, in quanto con l'accumulo delle cariche si genera una differenza di potenziale fra le armature che ostacola il successivo afflusso di cariche. Per un esame quantitativo delle proprietà del circuito dobbiamo distinguere fra **processo di carica** e **processo di scarica**.

Carica di un condensatore

Collegando un condensatore di capacità C, inizialmente scarico, attraverso una resistenza R ai poli di un generatore di **f.e.m.** ε, la carica q sulle armature, inizialmente nulla, raggiunge il valore nominale $q=C\varepsilon$ con un certo ritardo, che dipende dalla capacità del condensatore e dalla resistenza R del circuito. Analogamente, la d.d.p. fra le armature aumenta dal valore iniziale zero al valore nominale ε. L'intensità di corrente invece è massima all'istante iniziale e successivamente tende ad annullarsi. La corrente è dovuta all'allontanamento di elettroni di conduzione dall'armatura positiva del condensatore e all'afflusso di un uguale numero di elettroni all'armatura negativa; ovviamente non c'è alcun passaggio di elettroni attraverso le due armature del condensatore. Vogliamo ora esaminare il processo di carica. Vogliamo sapere in particolare come variano nel tempo durante il processo di carica $q(t)$ sulle armature del condensatore, la **d.d.p.** $V_A - V_D$ ai suoi capi e la corrente $i(t)$ nel circuito. Applichiamo il teorema della maglia che realizza il circuito RC partendo dal polo positivo A e percorrendo la maglia stessa in senso orario. Tenendo presente che fra le armature del condensatore c'è una caduta di potenziale $V_A - V_D = \frac{q}{C}$, possiamo scrivere: $-\frac{q}{C} - Ri + \varepsilon = 0 \quad \frac{q}{C} + Ri = \varepsilon \quad R\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = \varepsilon \quad \frac{dq}{dt} + \frac{q}{RC} = \frac{\varepsilon}{R} \quad \mathbf{q'(t) + \frac{1}{RC} \cdot q(t) = \frac{\varepsilon}{R}}$ **[1]**

Si tratta di una equazione differenziale che descrive la variazione della carica q nel condensatore in funzione del tempo t.

$\mathbf{i = \frac{dq}{dt}}$ = corrente variabile che attraversa la resistenza R fino ad annullarsi passando dal valore massimo $\mathbf{i_m = \frac{\varepsilon}{R}}$ al valore nullo. La **[1]** è una equazione differenziale del primo ordine a coefficienti costanti. La soluzione di questa equazione differenziale è una funzione $q(t)$ che deve verificare la condizione iniziale, cioè per $t = 0$ deve essere $q = 0$. La soluzione generale (integrale generale) dell'equazione differenziale $\frac{dq}{dt} + \frac{q}{RC} = \frac{\varepsilon}{R}$ **[1]** $\mathbf{q = q_p + h \cdot e^{-at}}$ **[2]** dove:

q_p è una sua **soluzione particolare** (**integrale particolare**), mentre $h \cdot e^{-at}$ è la **soluzione generale** (**integrale generale**) dell'equazione differenziale omogenea ad essa associata, cioè è la soluzione dell'equazione differenziale omogenea del primo ordine:

$$\mathbf{\frac{dq}{dt} + \frac{q}{RC} = 0} \qquad \textbf{[3]} \qquad \frac{dq}{q} = -\frac{1}{RC} \cdot dt$$

Integrando ambo i membri otteniamo: $\int \frac{1}{q} \cdot dq = -\frac{1}{RC} \cdot \int dt \qquad \ln q = -\frac{1}{RC} \cdot t + k$

$$\mathbf{q = e^{-\frac{1}{RC}t + k} = e^k \cdot e^{-\frac{1}{RC}t} = h \cdot e^{-\frac{1}{RC}t}} \qquad \text{con} \quad h = e^k$$

Per trovare una **soluzione particolare** dell'equazione differenziale **[1]** poniamo: $\frac{dq}{dt} = q'(t) = 0$

(è la condizione finale di scarica completa del condensatore). Otteniamo: $\frac{q_p}{\cancel{R}C} = \frac{\varepsilon}{\cancel{R}} \qquad q_p = \varepsilon C$

La **soluzione generale** dell'equazione differenziale **[1]** è: $\mathbf{q=\varepsilon C+h\cdot e^{-\frac{1}{RC}t}}$ **[4]**

Imponendo le condizioni iniziali che vogliono $q=0$ per $t=0$ otteniamo: $0=\varepsilon C+h$ $h=-\varepsilon C$

$q=\varepsilon C-\varepsilon C\cdot e^{-\frac{1}{RC}t}$ $\mathbf{q=\varepsilon C\cdot\left(1-e^{-\frac{1}{RC}t}\right)}$ **[5]**

$i=\frac{dq}{dt}=-\varepsilon C\cdot D\left(-\frac{1}{RC}t\right)\cdot e^{-\frac{1}{RC}t}=\frac{\varepsilon C}{RC}\cdot e^{-\frac{1}{RC}t}=\frac{\varepsilon}{R}\cdot e^{-\frac{1}{RC}t}$ $\mathbf{i=\frac{\varepsilon}{R}\cdot e^{-\frac{t}{RC}}}$ **[6]**

$V_A-V_D=\Delta V=\frac{q}{C}=\frac{\varepsilon C}{C}\cdot\left(1-e^{-\frac{1}{RC}t}\right)=\varepsilon\cdot\left(1-e^{-\frac{1}{RC}t}\right)$ $\mathbf{V_A-V_D=\Delta V=\varepsilon\cdot\left(1-e^{-\frac{1}{RC}t}\right)}$ **[7]**

Quando il condensatore si è caricato ($t\to+\infty$) abbiamo: $V_A-V_D=\Delta V=\varepsilon$

La d.d.p. ai capi del condensatore coincide con la **f.e.m.** ε del generatore.

Quando $t\to+\infty$ la carica presente nelle armature del condensatore tende al suo valore limite $q=q_\infty=\varepsilon C$. La corrente è massima all'istante iniziale ed è uguale a $i=\frac{\varepsilon}{R}$. In seguito essa diminuisce secondo una legge esponenziale.

Adesso risolviamo l'equazione omogenea $\mathbf{q'(t)+\frac{1}{RC}\cdot q(t)=\frac{\varepsilon}{R}}$ **[1]** utilizzando le regole dell'analisi matematica. L'integrale generale dell'equazione omogenea associata $q'(t)+\frac{1}{RC}\cdot q(t)=0$ è: $q(t)=h\cdot e^{-\frac{1}{RC}t}$ con h costante di integrazione. Supponiamo che h sia funzione del tempo, cioè supponiamo che sia $h=h(t)$ e vediamo se è possibile trovare una funzione $q(t)=h\cdot e^{-\frac{1}{RC}t}$ che sia soluzione dell'equazione **[1]** .

$q(t)=h(t)\cdot e^{-\frac{1}{RC}t}$ $\Rightarrow$ $q'(t)=h'(t)\cdot e^{-\frac{1}{RC}t}+h(t)\cdot\frac{-1}{RC}\cdot e^{-\frac{1}{RC}t}$

Sostituendo $q(t)=h\cdot e^{-\frac{1}{RC}t}$ e $q'(t)=h'(t)\cdot e^{-\frac{1}{RC}t}+h(t)\cdot\frac{-1}{RC}\cdot e^{-\frac{1}{RC}t}$ nell'equazione differenziale **[1]**

otteniamo: $h'(t)\cdot e^{-\frac{1}{RC}t}-\cancel{h(t)\cdot\frac{1}{RC}\cdot e^{-\frac{1}{RC}t}}+\cancel{h(t)\cdot\frac{1}{RC}\cdot e^{-\frac{1}{RC}t}}=\frac{\varepsilon}{R}$ $h'(t)\cdot e^{-\frac{1}{RC}t}=\frac{\varepsilon}{R}$

$h'(t)=\frac{dh}{dt}=\frac{\varepsilon}{R}\cdot e^{\frac{1}{RC}t}$ $dh=\frac{\varepsilon}{R}\cdot e^{\frac{1}{RC}t}\cdot dt$ $\int dh=\frac{\varepsilon}{R}\cdot\int e^{\frac{1}{RC}t}\cdot dt$ $h(t)=\frac{\varepsilon}{\cancel{R}}\cdot\cancel{R}C\cdot e^{\frac{1}{RC}t}+K=\varepsilon C\cdot e^{\frac{1}{RC}t}+K$

$$q(t)=\left(\varepsilon C\cdot e^{\frac{1}{RC}t}+K\right)\cdot e^{-\frac{1}{RC}t}=\varepsilon C+k\cdot e^{-\frac{1}{RC}t}$$

Imponendo le condizioni iniziali otteniamo: $\mathbf{q = \varepsilon C \cdot \left(1 - e^{-\frac{1}{RC}t}\right)}$ **[5]**

Scarica di un condensatore

Se, dopo avere caricato il condensatore, si disinserisce il generatore dal circuito, il condensatore si scarica sulla resistenza R del circuito, dando origine ad una corrente d'intensità variabile nel tempo. La carica presente sulle armature del condensatore passa dal valore q_o al valore zero, mentre la sua d.d.p. passa dal valore e al valore zero.

L'equazione $q'(t) + \frac{1}{RC} \cdot q(t) = \frac{\varepsilon}{R}$ **[1]** continua a sussistere, ma adesso non c'è più il generatore di corrente con la sua **f.e.m.** ε. L'equazione **[1]** diventa: $q'(t) + \frac{1}{RC} \cdot q(t) = 0$ **[6]**

La soluzione di questa equazione differenziale è: $\mathbf{q(t) = q_o \cdot e^{-\frac{1}{RC}t} = \varepsilon C \cdot e^{-\frac{1}{RC}t}}$ **[7]**

Dove $q_o = \varepsilon C$ è la carica iniziale del condensatore. Si può verificare per sostituzione che la funzione $q(t) = q_o \cdot e^{-\frac{1}{RC}t} = \varepsilon C \cdot e^{-\frac{1}{RC}t}$ è una soluzione dell'equazione differenziale **[6]**

Per calcolare la corrente che circola nella resistenza R durante la scarica del condensatore basta derivare rispetto al tempo la funzione $q(t) = q_o \cdot e^{-\frac{1}{RC}t} = \varepsilon C \cdot e^{-\frac{1}{RC}t}$. Otteniamo:

$$\mathbf{i = -\frac{dq}{dt} = \frac{q_o}{RC} \cdot e^{-\frac{t}{RC}} = \frac{\varepsilon}{R} \cdot e^{-\frac{t}{RC}}}$$

La corrente durante la scarica del condensatore ha verso opposto alla corrente che circola durante la carica del condensatore.

$\mathbf{q = C \cdot \varepsilon \cdot e^{-\frac{t}{RC}}}$ = carica del condensatore variabile nel tempo

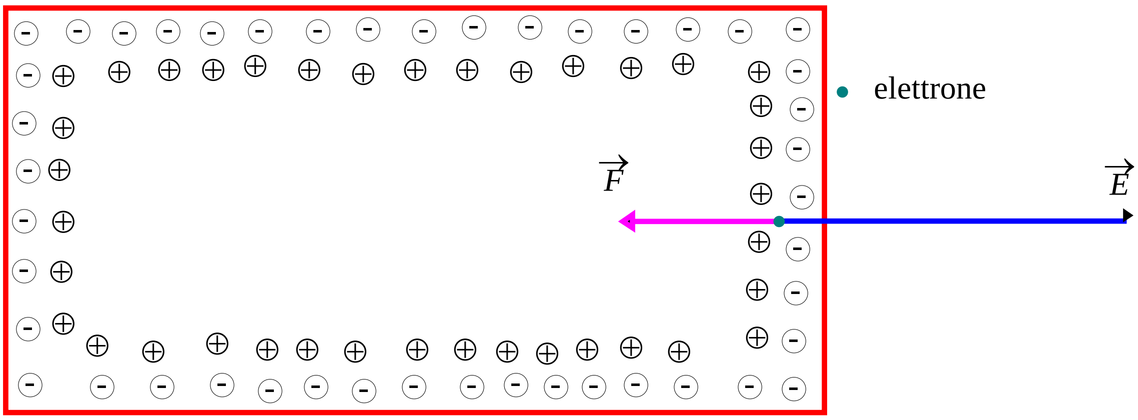
$\mathbf{V_A - V_D = V = \varepsilon \cdot e^{-\frac{t}{RC}}}$ = **d.d.p.** tra le armature del condensatore variabile nel tempo.

Lavoro di estrazione di un elettrone da un metallo

Noi sappiamo che un metallo allo stato solido può essere considerato come un **reticolo cristallino** in cui alcuni elettroni (elettroni di conduzione) non sono legati a particolari atomi ma si muovono liberamente all'interno del reticolo stesso : il loro moto è simile a quello di agitazione termina delle molecole di un gas .

Vediamo cosa impedisce a questo gas di elettroni di diffondere all'esterno del metallo . Alla superficie di un qualsiasi metallo esiste un **doppio strato** di cariche elettriche , **negativo** verso l'esterno e **positivo** verso l'interno , poiché in ogni atomo la parte esterna è costituita da una nuvola elettronica negativa .

Questo **doppio strato di cariche** positive (i nuclei) e negative (gli elettroni legati ai nuclei) ha uno spessore dell'ordine del raggio atomico . Inoltre lo spazio occupata dal metallo è equipotenziale (V_i) come quello esterno (V_e) , ma tra l'interno e l'esterno , alla superficie del metallo, si ha una brusca diminuzione del potenziale e quindi un campo elettrico $\vec{E}$, che nel doppio strato è diretto verso l'esterno del metallo.



La forza $\vec{F} = -e \cdot \vec{E}$ che agisce su ogni elettrone di conduzione eventualmente presente nel doppio strato è diretta verso l'interno e ne impedisce la fuoruscita dal metallo.

E' in questo senso che spesso si dice che la superficie di un metallo costituisce per il gas di elettroni di conduzione l'analogo delle pareti del recipiente che contiene il gas .

Pertanto se un elettrone di conduzione passa dall'interno all'esterno le forze $\vec{F}$ del campo compiono il lavoro: $L\left(\vec{F}\right) = q \cdot \left(V^{(i)} - V^{(e)}\right) = e^- \cdot \left(V^{(i)} - V^{(e)}\right) = e \cdot \left(V^{(e)} - V^{(i)}\right)$

e = valore assoluto della carica elementare , cioè del protone o dell'elettrone

Quindi una forza esterna $\vec{F}^{(e)}$ per estrarre dal metallo un elettrone deve compiere su di esso un lavoro Φ, detto lavoro di estrazione, pari a:

$$L\left(\vec{F}^{(e)}\right) = \Phi = -L\left(\vec{F}\right) = e\cdot\left(V^{(i)} - V^{(e)}\right)$$

Per ottenere l'**emissione di elettroni da un metallo** si deve fornire loro una energia cinetica $\geq \Phi$.

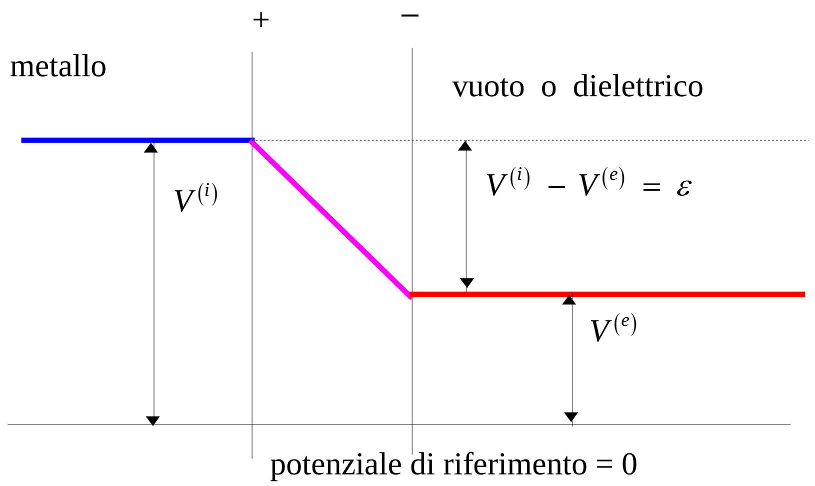
Questo avviene , di norma , in due modi :

1) Riscaldando il metallo (effetto termoionico o termoelettronico)

2) Facendo incidere sul metallo una **radiazione elettromagnetica di opportuna frequenza** (effetto fotoelettrico).

Di solito l'energia degli elettroni si esprime in **elettron - volt** (eV). L'**elettron - volt** è il lavoro compiuto su di un elettrone quando questi passa tra due punti la cui **d.d.p.** è di un volt :

$$1eV = 1{,}6\cdot 10^{-19}\ J$$



IL lavoro di estrazione Φ si misura in eV e per i metalli varia da 1 a 6 eV .

Il rapporto: $\mathbf{V^{(i)} - V^{(e)} = \dfrac{\Phi}{e} = \varepsilon}$ si chiama potenziale di estrazione.

Esso dipende dalla natura del metallo considerato e dalla temperatura alla quale si trova il metallo.

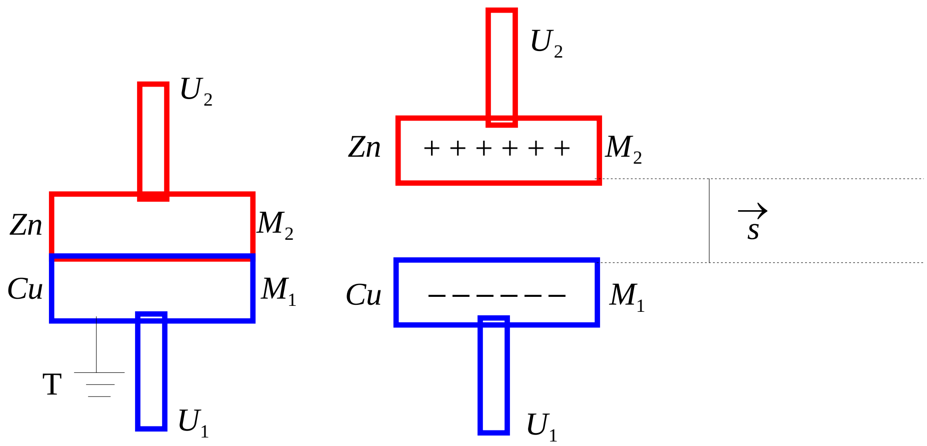
Esso dipende dalla natura del metallo considerato e dalla temperatura alla quale si trova ilo metallo.

Effetto Volta

L'effetto Volta consiste nella **d.d.p.** che si manifesta fra due conduttori metallici di natura diversa posti a contatto. L'effetto Volta può essere messo in evidenza mediante la seguente semplice esperienza. Due dischi M_1 ed M_2, uno di rame e l'altro di zinco portati dai manici isolanti U_1, U_2 sono fatti combaciare, mentre uno dei due, ad esempio M_1, è posto a terra. Tolto il contatto con la terra, se separino i due piatti con una brusca traslazione $\vec{s}$ che distacchi contemporaneamente tutti i punti di M_2 dai punti analoghi di M_1. I due piatti, portati successivamente a contatto con un elettrometro si dimostrano carichi di segno opposto: il rame appare carico negativamente; una carica sensibilmente uguale ed opposta si manifesta sullo zinco. Questo fenomeno non si manifesta se ripetiamo l'operazione usando coppie di piastre dello stesso metallo; per esempio due piastre di Zn , due piastre di Cu, ..Se tra i due dischi M_1 (di rame) ed M_2 (di zinco) inseriamo un pezzo di stoffa inumidito con acido solforico (in generale una soluzione di un sale, di un acido, di una base) otteniamo la catena $Cu|H_2SO_4|Zn$

Agli estremi della catena, cioè agli estremi di Cu e Zn si nota una **d.d.p.**

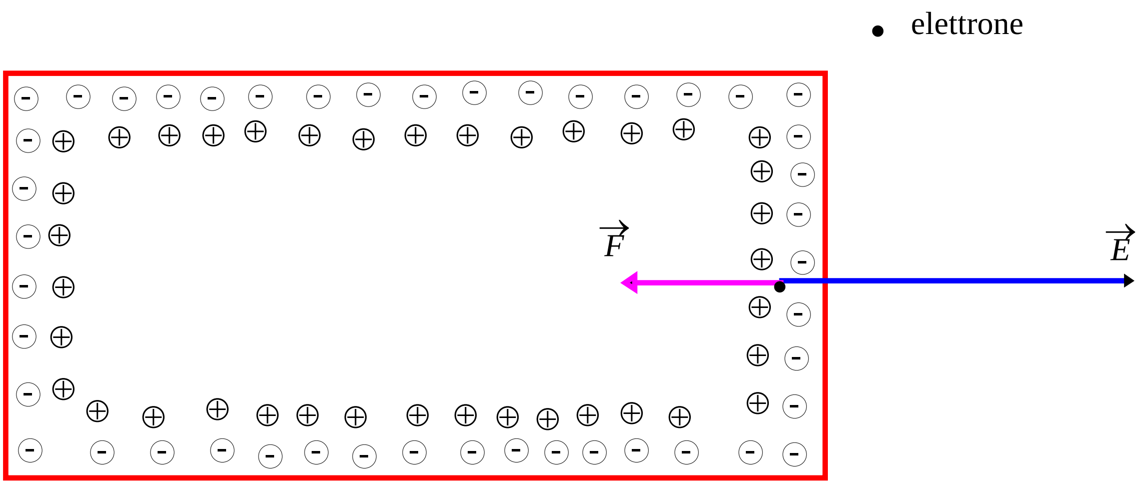
Esiste pure una **d.d.p.** agli estremi della catena: $Zn|Cu|H_2SO_4|Zn$



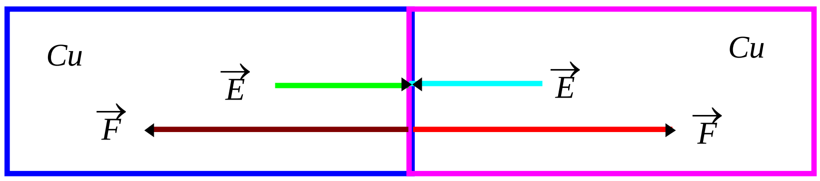
L'interpretazione del fenomeno che oggi va sotto il nome di effetto Volta fu dibattuta in una famosa polemica fra Galvani e Volta e portò alla scoperta della pila.

L'esperimento di Galvani consiste in questo: toccando con una pinza formata da due archetti di metalli diversi il muscolo ed il midollo spinale di una rana squartata si notava che il muscolo subiva una violenta contrazione. Galvani attribuì l'effetto all'<<elettricità animale>>. Volta dimostrò invece che l'origine della scarica era dovuta al contatto fra i due metalli diversi.

Vediamo qual è l'interpretazione dell'effetto Volta. Noi sappiamo che alla superficie di un conduttore vi è un doppio strato di cariche elettriche, precisamente uno strato di elettroni (satelliti degli ioni periferici) ed uno strato immediatamente sottostante, costituito dalle cariche positive presenti nei nuclei degli ioni. Se un elettrone libero del metallo, durante il suo continuo movimento, si sposta da una zona interna fino ad un punto P qualsiasi del doppio strato elettrico, esso viene spinto verso l'interno da una forza elettrica $\vec{F}$ dovuta la campo $\vec{E}$ esistente nel doppio strato.



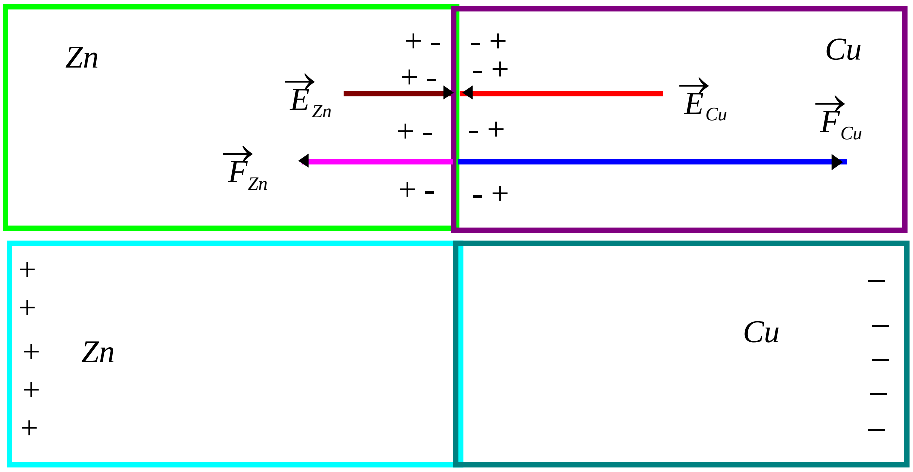
Se si mettono a contatto due metalli uguali (ad esempio due pezzi di **rame**) è evidente che i campi elettrici , dovuti ai due rispettivi doppi strati , si annullano a vicenda, perché risultano avere la stessa intensità , la stessa direzione ma versi opposti.



Gli elettroni liberi dei due pezzi di rame possono quindi muoversi dall'uno all'altro, senza che i loro movimenti vengano ostacolati dalla presenza dei doppi strati superficiali, analogamente a quanto avviene per le molecole di un gas che si trovino in due recipienti comunicanti e che abbiano la stessa pressione interna. Se mettiamo a contatto due metalli diversi, ad esempio rame e zinco, i due campi elettrici, a causa della diversa struttura atomica dei due metalli, non risultano più uguali e di segno opposto, e quindi non sono più uguali i loro potenziali di estrazione ε (nel nostro caso, quello del rame è maggiore di quello dello zinco $\varepsilon_{Cu} > \varepsilon_{Zn}$).

Il campo elettrico risultante, esistente al contatto fra i due metalli , provoca il passaggio di un certo numero di elettroni dallo zinco al rame.

Questo spostamento cessa quando la **d.d.p.** esistente agli estremi dei due metalli uguaglia la differenza dei potenziali di estrazione fra i due metalli .



$$V_{Zn} - V_{Cu} = \varepsilon_{Cu} - \varepsilon_{Zn} = -\left(\varepsilon_{Zn} - \varepsilon_{Cu}\right)$$

L'effetto Volta è regolato dalle tre seguenti leggi:

Prima legge di Volta

Se due metalli (ad esempio Rame e Zinco) aventi la stessa temperatura vengono messi a contatto fra loro si osserva una **d.d.p.** che non dipende né dalla forma, né dalla posizione dei due conduttori considerati, né da eventuali potenziali esistenti sui conduttori stessi. Essa dipende dalla natura chimica, dalle condizioni fisiche (temperatura, stato di aggregazione, forma cristallina) e dalla natura del dielettrico in cui sono immersi.

Sinteticamente possiamo affermare che la prima legge di Volta afferma quanto segue:

<<**fra due metalli diversi posti a contatto si stabilisce una d.d.p. il cui valore dipende dalla natura dei metalli stessi**>>.

Seconda legge di Volta

La **d.d.p.** che si stabilisce fra gli estremi di una catena di più metalli dipende soltanto dalla natura del primo e dell'ultimo elemento ed è la stessa che vi sarebbe se questi fossero a contatto fra loro .
In particolare , se il primo e l'ultimo elemento della catena sono fatti dello stesso metallo , e se tutti i punti della catena si trovano alla stessa temperatura, la **d.d.p.** agli estremi della catena è nulle.

Da questo fatto si deduce che **non è possibile sfruttare l'effetto VOLTA per ottenere un flusso continuo di cariche elettriche in una catena chiusa di elementi**.

Terza legge di Volta

Agli estremi di una catena in cui il primo e l'ultimo metallo sono uguali si può stabilire una **d.d.p.**, purché della catena facciano parte due metalli diversi fra i quali è interposto un conduttore di seconda classe (cioè una soluzione elettrolitica, cioè una soluzione di un sale, di un acido o di una base).

L'esperimento che portò alla formulazione della terza legge di Volta apriva la strada verso la costruzione di un generatore di corrente, ossia di un apparecchio in grado di fare muovere le cariche elettriche lungo un circuito chiuso per un tempo indefinito .

Serie voltaica dei conduttori metallici

Si prenda un conduttore metallico M_o e si misurino gli effetti Volta di tutti gli altri conduttori metallici M_1 , M_2 ,$\cdots\cdots M_n$. Si ordinino i metalli secondo l'effetto Volta decrescente (in valore algebrico) rispetto ad M_o (serie voltaica).

Ecco alcuni valori quando il dielettrico è l'aria ed il metallo di riferimento è il rame Cu.

Na (sodio)	$+2{,}37V$
Mg (magnesio)	$+1{,}20V$
$A\ell$ (alluminio)	$+0{,}95V$
Zn (zinco)	$+0{,}78V$
Pb (piombo)	$+0{,}54V$
Sn (**stagno**)	$+0{,}48V$
Bi (**bismuto**)	$+0{,}14V$
Fe (**ferro**)	$+0{,}13V$
Cu (**rame**)	**0**
Ag (**argento**)	$-0{,}05V$
Au (**oro**)	$-0{,}16V$
Pt (**platino**)	$-0{,}24V$
C (**carbonio** sotto forma di grafite)	$-0{,}51V$

$\boxed{e}$ $\downarrow$

ELETTROPOSITIVI

Alcuni metalli ordinati secondo la tendenza a perdere cariche negative mostrata dalla direzione della freccia

ELETTRONEGATIVI

Il **sodio** è all'estremo elettropositivo, la **grafite** all'estremo elettronegativo.

I metalli possono essere classificati a seconda della loro tendenza ad acquistare o a perdere cariche negative (elettroni) al contatto con qualche metallo di riferimento. Per esempio, lo zinco ha tendenza a perdere elettroni se messo a contatto col rame, mentre acquista elettroni se messo a contatto con l'**oro**. Una **serie** utile da elencare è quella che parte dal sodio (in quanto il sodio tendere a perdere elettroni rispetto a tutti gli altri metalli) e finisce con la grafite che, invece, ha la tendenza ad acquistarli da tutti i metalli che la precedono.

Per intendersi si dice, ad esempio, che lo zinco è elettronegativo rispetto al magnesio, ma è elettronegativo rispetto al rame o all'argento.

L'ordinamento dei metalli in serie voltaica è importante perché , grazie alla seconda legge di Volta , valgono le seguenti proprietà:

1) La serie sopra elencata ci permette di calcolare l'effetto Volta fra due metalli qualsiasi della serie stessa: $V_{Sn-Ag} = (+0{,}48) - (-0{,}05) = +0{,}53V$

2) La serie voltaica è indipendente dal metallo di riferimento

Se avessimo preso il **platino** come metallo di riferimento tutti gli <<**effetti Volta**>> segnati sulla serie sarebbero risultati semplicemente maggiori di una quantità pari a : $V_{Cu-Pt} = 0{,}24V$

Effetto Seebeck Pinza Termoelettrica o termocoppia o coppia termoelettronica

Consideriamo una catena chiusa di conduttori costituita da due conduttori di prima classe (a) e (b), ad esempio: rame | ferro | rame

Se tutti i punti della catena si trovano alla stessa temperatura , per la **seconda legge di Volta** agli estremi A_1 ed A_2 non esiste alcuna **d.d.p.** Supponiamo che la temperatura delle saldature **K** e K_o non sia la stessa. Si ottiene allora, contrariamente a quanto affermato dalla seconda legge di Volta, una **d.d.p.** agli estremi A_1 ed A_2 (effetto Seebeck o effetto termoelettrico o termoelettricità.

Tale **d.d.p.** $V_{A_1} - V_{A_2}$ dipende dai due metalli considerati, è funzione delle temperature ϑ e ϑ_o delle saldature **K** e K_o e può essere calcolata applicando la formula di Gaugain-Avenarius: $$V_{A_1} - V_{A_2} = h \cdot (\vartheta - \vartheta_o) \cdot \left(\vartheta_n + \frac{\vartheta + \vartheta_o}{2} \right)$$

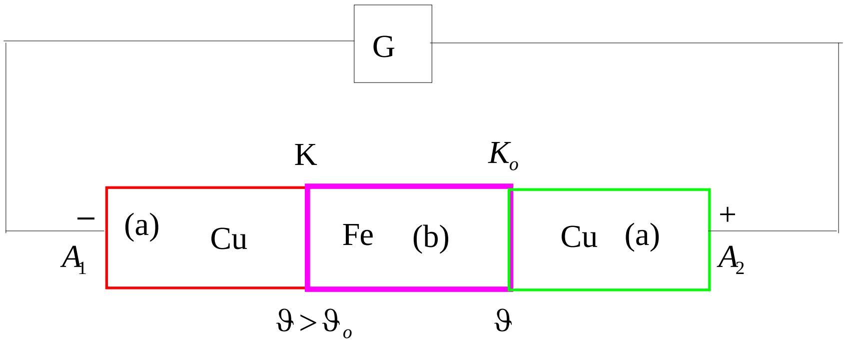
dove **h** e ϑ_n sono costanti che dipendono dalla natura dei metalli a contatto .

Detta catena costituisce una termocoppia o coppia termoelettrica o pila termoelettrica o pinza termoelettrica.

La **f.e.m.** della termocoppia deve pensarsi come somma algebrica dei vari salti di potenziale che si incontrano nella catena da A_1 a A_2 . Si tratta di **f.e.m.** debolissime, che raramente raggiungono qualche << $0{,}001V$ >> . La misurazione dell'effetto Seebeck non può compiersi con sufficiente approssimazione mediante l'elettrometro; per fortuna siamo in uno dei casi in cui si può , senza sensibile errore, sostituire l'elettrometro mediante un conveniente voltmetro.

Ad esempio , nella termocoppia $Cu|Fe|Cu$, per $\vartheta_o = 0°C$, $\vartheta = 100°C$ si ha :

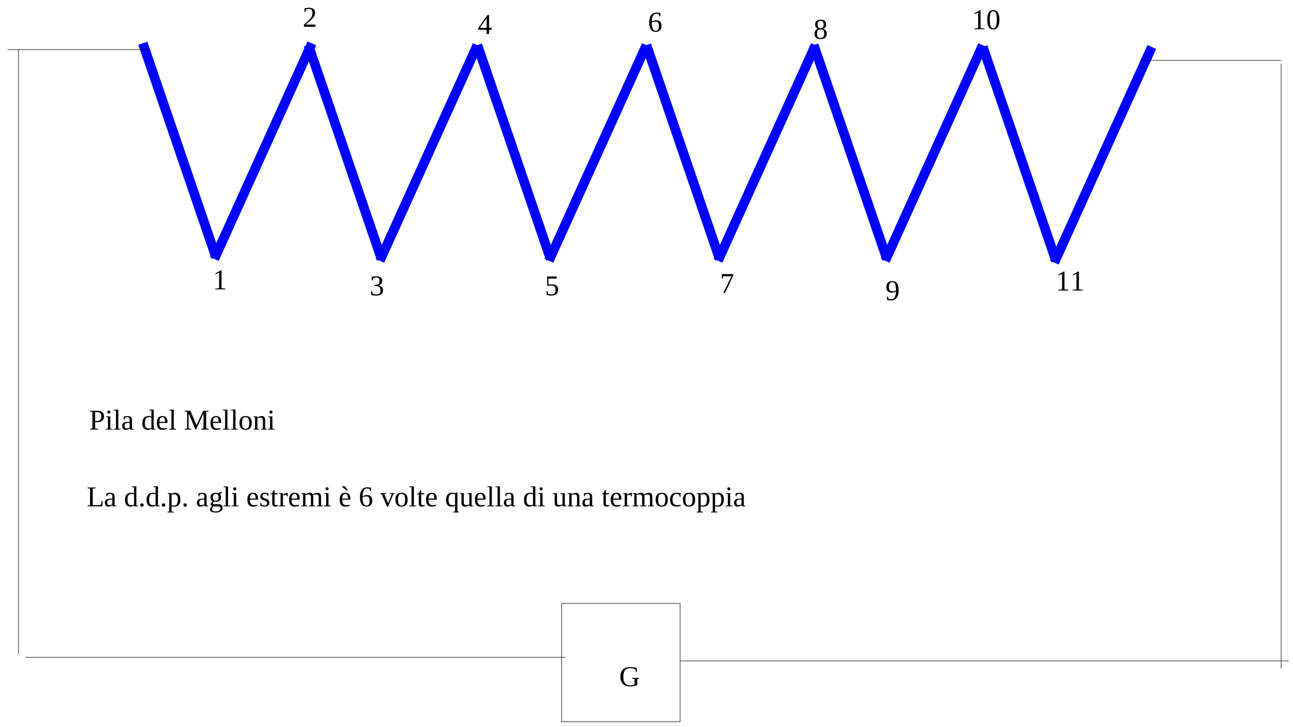
$$V_{A_1} - V_{A_2} = -0{,}00086V$$



Il polo A_1 prossimo alla saldatura calda è a potenziale minore, cioè funge da **polo negativo** della termocoppia . Se si immagina di chiudere il circuito unendo con un filo A_1 e A_2 , un semplice galvanometro segnala corrente (corrente termoelettrica) che fluisce nel ferro Fe nel verso $K \to K_o$

L'effetto Seebeck è dovuto alla diversa agitazione termica delle particelle nelle due saldature **K** e K_o . Infatti , se la temperatura ϑ è maggiore di ϑ_o , gli elettroni che passano dal ferro al rame (il ferro è per sua natura più elettropositivi del rame) attraverso il contatto **K** sono più numerosi di quelli che passano tra gli stessi metalli attraverso il contatto K_o ; e questo perché i primi, a causa della temperatura più elevata, hanno maggiore energia cinetica dei secondi. Quindi il polo A_1 si porta ad un potenziale minore del polo A_2 .

- Abbiamo detto che le **f.e.m.** giungono a qualche $10^{-3}V$. I tentativi di ottenere energia elettrica a spese dell'energia termica in quantità notevole per scopi industriali non sono stati coronati da successo. Tuttavia l'utilità delle pile termoelettriche è notevolissima. Un galvanometro, impiegato come voltmetro, è in grado di misurare la **f.e.m.** di una termocoppia fino a 10^{-8} —— $10^{-7}V$. Si comprende che una pila termoelettrica ed un galvanometro possono misurare differenze di temperatura tra K_o, tenuto a temperatura costante ϑ_o, e **K** a temperatura ϑ. Quando si desiderano **f.e.m.** termoelettriche maggiori è necessario collegare in serie più coppie. Le saldature di posto pari (ad esempio) sono portate alla temperatura da misurare, le saldature di posto dispari sono tenute alla temperatura ambiente .



Con una pila di questo tipo si possono ottenere termometri capaci di rilevare variazioni di temperatura dell'ordine del milionesimo di grado centigrado: si pensi che il termometro termoelettrico in dotazione all'osservatorio di Molte Wilson è sensibile all'irraggiamento di un fiammifero acceso a 150 km. Quando si vogliono misurare temperature elevate si può ridurre il numero delle coppie addirittura ad una: in tal caso si parla di pinze termoelettriche.

Con pinze ferro-costantana si possono misurare temperature comprese tra $-250°C$ e $+900°C$, rame-costantana ($-250°C$ e $500°C$), platino-platino rodio ($400°C$ e $500°C$), nickel-nickelcromo (fino a $1\cdot 100°C$), cromel-alumel (fino a $1300°C$).

costantana = lega col 60 % di Cu ed il 40 % di Ni

cromel = lega con 80 % di Ni e 20 % di Cr

alumel = lega di Ni-Al-Mn

Effetto Peltier

L'effetto Peltier consiste nella variazione di temperatura che si produce nei punti di saldatura tra conduttori metallici di natura diversa al passaggio di corrente elettrica. L'aumento o la diminuzione della temperatura dipende dal verso della corrente .Normalmente l'effetto Peltier è mascherato dal riscaldamento che si produce nei conduttori per effetto Joule che non dipende dal verso della corrente. L'effetto Peltier può considerarsi come il fenomeno inverso dell' effetto Seebeck.

L'effetto Joule non è più sufficiente a rappresentare i fenomeni termici che si osservano quando una corrente **i** attraversa la superficie di contatto tra due conduttori diversi posti in serie, per esempio due metalli di natura diversa. Nel circuito indicato in figura la corrente circola nel verso della freccia. Dopo un tempo relativamente breve la saldatura B ($Fe-Cu$) si raffredda e quella A ($Cu-Fe$) si riscalda. ($T_A > T_B$) Invertendo il verso della corrente, si riscalda la saldatura B e si raffredda la saldatura A, sicché dopo un tempo relativamente breve risulta ($T_B > T_A$). E' evidente che questo riscaldamento non ha nulla a che fare col l'effetto Joule il quale dipende dal quadrato dell'intensità di corrente e non dal verso in cui questa circola. L'effetto Peltier è l'unico che dà luogo al raffreddamento, almeno in parte, di un circuito percorso da corrente.

Una catena metallica, costituita da antimonio-bismuto-antimonio, è posta nei due palloncini riempiti di gas collegati col tubo manometrico **C**, contenente in liquido (colorato in rosso) che inizialmente raggiunge nei due rami lo stesso livello. Le resistenze dei tratti di reoforo entro i due bulbi **A** e **B** e quindi le quantità di calore sviluppate per effetto Joule sono uguali.

Ne dovrebbe risultare un pari aumento di pressione del gas (ad esempio aria) in **A** e **B** e nessun dislivello **h** nel liquido **L**. Ma l'esperienza mostra che, se inizialmente il livello del liquido **L** è uguale nei due rami, il passaggio della corrente nel verso indicato dalla freccia fa riscaldare la saldatura S_1 e fa raffreddare l'altra saldatura S_2. Ciò è provato dal fatto che il gas contenuto in A si dilata e determina il dislivello **h** nel liquido del manometro. Se invertiamo il verso della corrente **i**, il dislivello cambia verso. Si ha alle saldature un fenomeno termico reversibile distinto dall'effeto Joule. E' l'effetto Peltier. Questo consiste in un assorbimento di calore ΔQ alla saldatura S_1 ed in una cessione di calore all'altra saldatura S_2. dal valore dei dislivelli osservati risulta che questo assorbimento (o cessione) di calore ΔQ ai contatti è proporzionale ad **i** ed al tempo Δt durante cui la corrente ha fluito. In formule matematiche abbiamo:

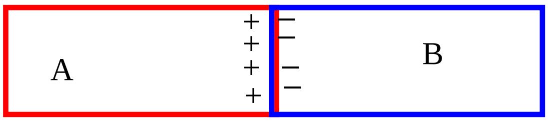
$$\boxed{\Delta Q = \Pi_{Sb|B_i} \cdot i \cdot \Delta t}$$

Le dimensioni Π sono quelle di un potenziale (e quindi si misura in volt) in quanto:

$$[\Pi] = \frac{[\Delta Q]}{[i\,t]} = \frac{[\Delta Q]}{[q]} = \frac{[L]}{[q]} = [V]$$

ΔQ , in quanto calore , è energia cioè lavoro . $\Pi_{Sb|B_i} = 0{,}027V$

$\Pi_{Sb|B_i}$, detto coefficiente (o **d.d.p.**) di Peltier fra i metalli S_b e B_i, dipende dalla natura dei metalli e dalla temperatura, ma non dipende dall'estensione del contatto né dalla corrente **i**. Π può essere positivo o negativo. Si considererà $\Pi_{A|B}$ positivo quando corrisponde ad un aumento di potenziale andando da A verso B, cioè ad un assorbimento di calore quando la corrente va da A verso B . [(§)] Risulta : $\boxed{\Pi_{A|B} = -\Pi_{B|A}}$



Per interpretare l'effetto Peltier, si può immaginare che alla superficie di contatto dei due metalli A e B esista un doppio strato formato da densità elettriche superficiali $\pm\sigma$, mantenute una di fronte all'altra dalla loro mutua attrazione, come se coprissero le armature di un condensatore ideale poste, nel vuoto, ad una piccolissima distanza **d**. Il salto di potenziale fra i due corpi sarebbe allora fornito dalla formula:

$$V_A - V_B = \frac{\sigma d}{\varepsilon_o}$$

[(§)] Alcuni autori introducono la convenzione di segno opposto

(Né σ, né **d** hanno un preciso significato fisico, non essendo le cariche distribuite su piani paralleli)

$$\Pi_{A|B} = V_B - V_A$$

Il calore che si assorbe o si cede è dovuto alla **d.d.p.** $V_A - V_B$ esistente alla saldatura.

Effetto Thomson

L'effetto Thomson consiste nella **d.d.p.** che si stabilisce in un conduttore metallico entro il quale esiste una differenza di temperatura. Si consideri una sbarretta costituita da un solo metallo omogeneo i cui estremi sono mantenuti a due diverse temperature $T_2 > T_1$. In queste condizioni si osserva tra i due estremi A e B della sbarra una **d.d.p.**. sempre molto piccola, giustificata dalle seguenti considerazioni.

Gli elettroni di conduzione del metallo si muoveranno con maggiore velocità all'estremo a temperatura più elevata T_2 che non all'estremo a temperatura più bassa T_1. Di conseguenza, nell'unità di tempo, gli elettroni che per agitazione termica si muovono dall'estremo B a temperatura T_2 verso quello A a temperatura T_1 saranno più numerosi di quelli che contemporaneamente si spostano per agitazione termica da A verso B. Si avrà, quindi, un progressivo accumularsi di cariche negative all'estremo più freddo A, mentre l'estremo B rimarrà carico positivamente per la carenza di cariche negative dovuta alla migrazione degli elettroni di conduzione verso A . Il processo continua fino a quando , tra gli estremi A e B, si stabilisce una **d.d.p.** $V_A - V_B$ negativa (detta **f.e.m. di** Thomson) che impedisce una ulteriore migrazione di elettroni da B verso A. Un conduttore omogeneo, percorso da corrente, quando non è a temperatura uniforme, è sede di scambi di calore con l'esterno (in genere molto piccoli) che si aggiungono all'effetto Joule e che si spiegano con l'effetto Thomson. Un reoforo omogeneo a temperatura non uniforme determina un assorbimento (cessione) di calore se la corrente elettrica convenzionale (quella delle cariche positive per intenderci) vi fluisce dai punti freddi verso i punti caldi (o viceversa).

Unità Didattica N° 26

La conduzione elettrica nelle soluzioni elettrolitiche

1) **La dissociazione elettrolitica**

2) **Elettrolisi**

3) **Pressione osmotica**

4) **Energia chimica**

5) **Potenziale di un elettrodo**

6) **Serie elettrochimica degli elementi**

7) **La pila di Volta**

8) **La pila Daniel**

9) **Accumulatori**

La dissociazione elettrolitica

Noi abbiamo definito conduttore di corrente elettrica un qualsiasi corpo che si lasci attraversare da cariche elettriche. I conduttori metallici o conduttori di prima classe sono caratterizzati da corpuscoli liberi carichi di elettricità negativa che sono gli elettroni di conduzione. Altri conduttori di corrente sono gli elettroliti o conduttori di seconda classe caratterizzati dal fatto che, attraversati dalla corrente elettrica, danno luogo ad una **migrazione misurabile di materia ed a fenomeni chimici presso gli elettrodi**, cioè sono caratterizzati da corpuscoli liberi portatori sia di materia sia di elettricità positiva e negativa, che sono gli ioni. L'esperienza mostra che sono elettroliti le soluzioni di acidi, basi, sali in un solvente ad alta costante dielettrica; quindi, essenzialmente, le soluzioni acquose.

Avvertiamo che si dà talora il nome di ELETTROLITO non soltanto alla soluzione conduttrice, ma anche al solo soluto. I conduttori di seconda classe sono, di solito, allo stato liquido. Per farli attraversare dalla corrente, essi si pongono in una CELLA ELETTROLITICA o VOLTAMETRO,consistente in un recipiente a pareti isolanti (per esempio vetro) che porta ai due suoi estremi due ELETTRODI che sono, di regola, due conduttori metallici immersi nell'elettrolito e tenuti a potenziale differente mediante una dinamo o una batteria di pile o di accumulatori. E' ANODO (CATODO) l'elettrodo positivo (negativo). Il recipiente e gli elettrodi di una cella elettrolitica possono assumere le forme più svariate. Le leggi che regolano la conduzione elettrolitica possono dividersi in due gruppi: leggi che sono comuni alla conduzione metallica e **leggi caratteristiche della conduzione elettrolitica**.

■ Se in un voltametro poniamo acqua distillata e colleghiamo i suoi elettrodi con i morsetti di un generatore di corrente, allora, un amperometro inserito nel circuito esterno non segnala passaggio di corrente. L'acqua distillata è un isolante. Ma se sciogliamo nell'acqua pura, anche in percentuali molto basse, un acido o un sale o una base, allora l'amperometro segnala un passaggio di corrente. **Queste soluzioni di dicono elettrolitiche e sono conduttori di corrente**. La conduzione nelle sostanze elettrolitiche si spiega in base alla **teoria della dissociazione elettrolitica** formulata dal fisico svedese Svante Arrhenius (1887).

Questi formulò l'ipotesi che le molecole degli acidi, delle basi e dei sali in soluzione e per il solo fatto di trovarsi in soluzione si dissociano in ioni positivi e ioni negativi.

Questi, se sottoposti all'azione di un campo elettrico, si spostano nel solvente e producono una corrente elettrica. Dicesi GRADO di DISSOCIAZIONE dell'elettrolita il valore α del rapporto tra il numero (n) delle molecole dissociate ed il numero totale (N) delle molecole che sarebbero presenti nella soluzione se non intervenisse il fenomeno della dissociazione: $\alpha = \frac{n}{N}$ con $0 \le \alpha \le 1$

$\alpha = 1$ dissociazione completa $\alpha = 0$ dissociazione nulla

α per una dato SOLVENTE e un dato SOLUTO dipende ancora dalle condizioni fisiche (per esempio dalla temperatura) e cresce, in generale, con la diluizione della soluzione.

■ Pertanto la DISSOCIAZIONE ELETTROLITICA consiste nella dissociazione in ioni di un acido o di un sale o di una base, cosa che avviene spontaneamente all'atto della soluzione (quando cioè il soluto viene posto nel solvente) indipendentemente dal fare passare o meno la corrente attraverso la soluzione. Inoltre le ipotesi di Arrhenius spiegano l'aumento della pressione osmotica per le soluzioni di sali, acidi e basi. In una soluzione elettrolitica si immagina che una certa percentuale delle molecole dell'elettrolita disciolto sia DISSOCIATA IN IONI . Ogni molecola dissociata dà luogo a due o più ioni, che sono porzioni di molecole aventi delle valenze non saturate, ma in compenso sono cariche di elettricità.

Alla presenza di questi ioni è dovuta la conducibilità degli elettroliti.

Ogni molecola, inizialmente neutra, dissociandosi dà luogo ad almeno un ione carico positivamente (CATIONE) e ad almeno un ione carico negativamente (ANIONE). La somma algebrica delle cariche degli ioni generati dalla molecola è nulla. In un ANIONE, ogni valenza non satura è "saturata", per cosi dire, da un elettrone. Quindi l'ANIONE porta per ogni sua valenza la carica elementare negativa $< -e >$ pari a quella di un elettrone. In un CATIONE ogni valenza non satura è "saturata", per cosi dire, dalla mancanza di un elettrone. Quindi le corrisponde la carica elementare $< +e >$. Sono ANIONI i metalloidi, i radicali acidi, l'ossidrile **OH**; sono CATIONI i metalli, i gruppi a funzione metallica, l'idrogeno acido.

CATIONE (ANIONE) significa ione che va la catodo (anodo).

	CATIONI	ANIONI
1 m.d. di HCl dà :	H^+ (monovalente)	$C\ell^-$ (monovalente)
1 m.d. di H_2SO_4 dà :	H^+	HSO_4^-
(acido solforico)	(ionizzazione primaria, predominante nelle soluzioni concentrate)	
	$2H^+$	SO_4^{--}
	(ionizzazione secondaria , predominante	nelle soluzioni diluite)
1 m.d. di N_aCl dà :	N_a^+	Cl^-
1 m.d. di N_aOH dà :	N_a^+	OH^-
1 m.d. di C_uSO_4 dà :	C_u^{++}	SO_4^{--}

(1 m.d.= 1 molecola dissociata)

Spiegazione della dissociazione elettrolitica

Il legame chimico dei sali, degli acidi, delle basi è un legame ETEROPOLARE (o ionico o eterovalente), cioè la molecola è costituita da ioni aventi segno opposto.

La molecola di CLORURO di SODIO N_aCl è costituita da uno ione N_a^+ e da uno ione Cl^- che si attraggono secondo la legge di Coulomb: $\mathbf{F_o = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \cdot \frac{e^2}{r^2}}$

(r = distanza fra i due ioni presenti nella molecola)

Se ora una molecola di questo tipo viene posta in un solvente avente una elevata costante dielettrica relativa come l'acqua ($\varepsilon_r = 80$), la forza coulombiana che si esercita fra i due ioni viene ad essere fortemente indebolita in quanto diventa $\mathbf{F = \frac{F_o}{\varepsilon_r} = \frac{F_o}{80}}$

Le molecole di acqua circondano ogni molecola di soluto e con la loro presenza determinano un indebolimento della forza coulombiana di attrazione fra i due ioni. Inoltre si tenga presente che non tutte le molecole di una sostanza elettrolitica si scindono in ioni all'atto della costituzione della soluzione. Per rendersi conto di questo fatto, supponiamo di avere una soluzione di N_aCl. Entro l'acqua vi sono ioni N_a^+, ioni Cl^- ,molecole neutre di N_aCl e molecole di H_2O.

Sia gli ioni che le molecole neutre si muovono attraverso il liquido a causa dell'agitazione termica. Se uno ione N_a^+ passa molto vicino ad uno ione Cl^- si forma, a causa delle forze di attrazione elettrostatica, una molecola neutra di N_aCl.

D'altra parte una molecola neutra di N_aCl può subire un urto così violento da parte delle molecole di acqua da scindersi in due ioni N_a^+ e Cl^-. Questo processo tende ad aumentare il numero di ioni contenuti nella soluzione mentre la ricombinazione tende a diminuire tale numero: si raggiunge così un equilibrio dinamico nel senso che, data una soluzione di una determinata sostanza ad una certa temperatura e concentrazione, il numero di molecole che si scindono per urto in un tempo t è uguale ,in media , al numero di coppie di ioni che si ricombinano nello stesso tempo t. In queste condizioni la frazione di molecole dissociate resta costante nel tempo : $N_aCl \longleftrightarrow N_a^+ + Cl^-$

ELETTROLISI

Originariamente l'elettrolisi indicava il processo di separazione (LISI) dei componenti di una soluzione elettrolitica per effetto della corrente elettrica. Quindi l'ELETTROLISI consisteva nella decomposizione di un composto chimico (**SALE**, **ACIDO**, **BASE**) per passaggio di corrente elettrica in una soluzione elettrolitica. Oggi , più genericamente , sotto il nome di ELETTROLISI vengono comprese tutte le trasformazioni chimiche che avvengono durante il passaggio di corrente elettrica in un SISTEMA ELETTROCHIMICO costituito da un elettrolita (soluzione acquosa di un sale, di una base, di un acido) a contatto di due ELETTRODI METALLICI tra i quali si applica una **d.d.p.** continua mediante un generatore. Per effetto del campo elettrico venutosi così a creare tra gli elettrodi, i CATIONI e gli ANIONI presenti nell'elettrolita per effetto della dissociazione elettrolitica migrano rispettivamente verso il CATODO (dove si riducono cioè acquistano elettroni) e verso l'ANODO (dove si ossidano cioè cedono elettroni). Quando gli ioni, cedendo le loro cariche, diventano neutri possono svilupparsi allo stato gassoso, o depositarsi sugli elettrodi o reagire con la soluzione oppure con gli elettrodi stessi. Il passaggio della corrente nell'elettrolita consiste nella migrazione di questi ioni ai rispettivi elettrodi. Però convenzionalmente abbiamo stabilito che il passaggio della corrente è dovuto alle cariche positive, il verso della corrente convenzionale nell'elettrolita è quello dei cationi, sicchè nella relazione $i = \frac{q}{t}$, q esprime il numero di cariche positive che nel tempo t attraversano una qualunque sezione dell'elettrolita. L'elettrolisi è regolata dalle due LEGGI di FARADAY, da questi scoperte sperimentalmente ed oggi dimostrate teoricamente.

Esse si riassumono nell'uguaglianza: $\mathbf{m = k \cdot \frac{A}{z} \cdot q = k \cdot \frac{A}{z} \cdot i t}$ con $\mathbf{k = \frac{1}{e \cdot N_A}}$

Il prodotto $\mathbf{e} \cdot \mathbf{N_A}$ dicesi COSTANTE di FARADAY .

Vediamo qual è la massa che si deposita ad uno dei due elettrodi (ad esempio l'anodo).

ze = quantità di elettricità trasportata da un anione di valenza z

$q = n \cdot ze$ = quantità di elettricità trasportata da n anioni

$n = \frac{q}{ze}$ = numero di anioni trasportati dalla carica q

Se m_a è la massa di ciascun atomo che si deposita all'anodo, la massa totale m della sostanza depositata all'anodo è: $m = n \cdot m_a = \frac{m_a q}{ze}$

Ma dalla chimica sappiamo che: $m_a = \frac{A}{N_A} = \frac{\text{massa atomica dell'elemento}}{\text{numero di Avogadro}}$

per cui possiamo scrivere: $\mathbf{m_a = \frac{1}{e \cdot N_A} \cdot \frac{A}{z} \cdot q = \frac{1}{e \cdot N_A} \cdot \frac{A}{z} \cdot it}$

Se al posto della carica $<\mathbf{e}>$ dell'elettrone sostituiamo la carica $<\mathbf{e}>$ del protone abbiamo la massa di sostanza che si deposita al catodo.

Le due leggi di Faraday possono essere enunciate anche cosi:

Prima legge di Faraday

Qualunque sia la natura dei processi che si svolgono durante l'elettrolisi, la massa m della sostanza che si deposita presso ciascun elettrodo è direttamente proporzionale alla quantità di elettricità $q = it$ passata attraverso la soluzione. Questa legge esprime il fatto che ogni ione di una determinata sostanza è sempre associato alla stessa carica elettrica.

SECONDA LEGGE DI FARADAY

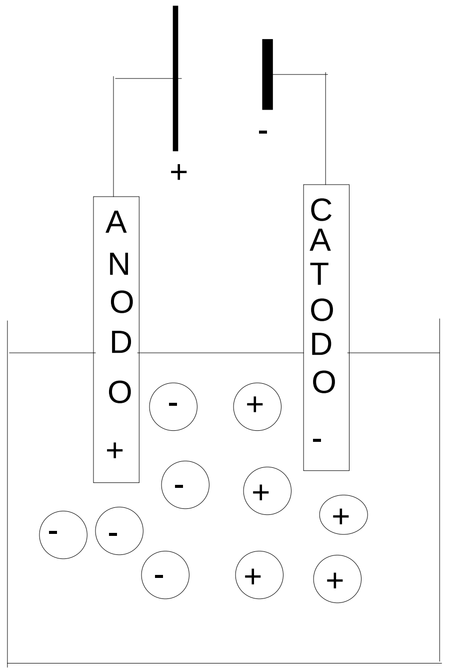
La massa m di sostanza che si raccoglie a ciascun elettrodo (di un voltametro) è direttamente proporzionale al suo equivalente chimico $\frac{\mathbf{A}}{\mathbf{z}}$.

Questa legge esprime il fatto che la valenza di uno ione non è altro che il numero di cariche elettriche portate dallo stesso ione:

un grammoatomo di un elemento monovalente o mezzo grammoatomo di un elemento bivalente sono associati (trasformati in ioni) alla stessa quantità di elettricità.

Se $q = 1\,\text{coulomb}$ coulomb , $\varepsilon = m$, cioè l'equivalente elettrochimico di una sostanza rappresenta numericamente la massa di sostanza che si deposita presso ciascun elettrodo quando nel voltametro passa 1 coulomb di elettricità.

$$\textit{equivalente elettrochimico} = \frac{\begin{cases}\textit{massa liberata ad uno degli elettrodi quando} \\ \textit{nel voltametro passano q coulomb di elettricità}\end{cases}}{\textit{quantità di elettricità che passa nel voltametro}}$$



ELETTROLISI :

1) i cationi , ioni positivi ,

si dirigono al catodo ,

elettrodo negativo

2) gli anioni , ioni negativi ,

si dirigono all ' anodo ,

elettrodo positivo

$\frac{A}{z}$ = equivalente chimico , $\varepsilon = \frac{m}{q}$ equivalente elettrochimico

$\frac{A}{z}$ grammi = grammo equivalente dell'elemento considerato

$$m = \frac{1}{e N_A} \cdot \frac{A}{x} \cdot i t \quad \begin{cases} m \ \text{ in grammi} \\ A \ \text{grammo atomo dell'elemento considerato} \\ I \ \text{ in ampere} ; \ t \ \text{ in secondi} \\ z \ \text{ numero puro} \\ e N_A = 96490\ C \end{cases}$$

Esempi di elettrolisi

1) Elettrolisi senza reazioni secondarie

<< Elettrolisi dell'acido cloridrico HCl >>

Poniamo in un voltametro di Hoffmann una soluzione diluita di acido cloridrico $HC\ell$. Supponiamo che gli elettrodi del voltametro siano chimicamente inattivi, cioè siano di platino.

a) L'acido cloridrico diluito in acqua si dissocia secondo lo schema:

$$HCl \longleftrightarrow H^+ + Cl^-$$

Gli ioni H^+ e $C\ell^-$ si disperdono tra le molecole di acqua H_2O. A circuito chiuso gli anioni $C\ell^-$ si dirigono all'anodo a cui cedono l'elettrone eccedente per ritornare atomo di cloro allo stato gassoso. I cationi H^+ si dirigono al catodo dal quale prelevano l'elettrone di cui sono privi per ritornare idrogeno H allo stato gassoso. In tutti e due i casi, sia **H** che **Cl** si uniscono a due a due per formare molecole biatomiche. Le due reazioni chimiche sono:

$$\left.\begin{array}{lll} \text{all'anodo} & : & 2Cl^- - 2e \to Cl_2 \\ \text{al catodo} & : & 2H^+ + 2e \to H_2 \end{array}\right\} \text{gas}$$

L'idrogeno ed il cloro, che si sviluppano allo stato aeriforme, non danno luogo a reazioni chimiche secondarie né con la soluzione né con gli elettrodi .

LA PILA di VOLTA

Una pila elettrica è un dispositivo capace di convertire l'energia chimica in energia elettrica. In linea di massima essa risulta costituita da una o più soluzioni elettrolitiche nelle quali vengono immersi due elettrodi, costituiti generalmente da due metalli differenti. La prima pila elettrica venne realizzata nel 1792 da Volta con dischi di rame e di zinco posti alternativamente uno sull'altro in modo da disporsi secondo coppie separate da dischi di panno impregnati di acido solforico. Questa pila si esauriva presto. Essa fu sostituita da un'altra costituita da un bicchiere contenente una soluzione di acido solforico, in cui sono immersi due elettrodi, uno di zinco Z_n e l'altro di rame C_u, ai quali sono fissati due serrafili che rappresentano i due poli della pila.

CIRCUITO APERTO

Tra rame e zinco si stabilisce una **d.d.p.** che prende il nome di $f.e.m.$ (ε) della pila. Per spiegare questo fenomeno dobbiamo rifarci alle nostre cognizioni sulla struttura dei solidi.

In un solido gli atomi sono strettamente impacchettati in una struttura ordinata che si chiama RETICOLO. Ciò vale anche per i metalli , nei quali però il reticolo non è costituito da atomi neutri , ma da ioni . Attorno ad essi circolano liberamente gli elettroni di conduzione che in origine gli appartenevano in modo che nel suo complesso il metallo è elettricamente neutro. Ma al contatto della soluzione di acido solforico H_2SO_4 , lo zinco cede ioni positivi caricandosi negativamente. Lo stesso si verifica per il rame , il quale però invia in soluzione un minor numero di ioni caricandosi negativamente ma portandosi ad un potenziale maggiore rispetto a quello dello zinco (cosa questa che si può osservare dalla serie elettrochimica degli elementi). Di conseguenza lo zinco si trasforma in CATODO, mentre il rame assume il ruolo di ANODO. L'invio di ioni positivi in soluzione dopo un certo periodo cessa per cui la **d.d.p.** tra rame e zinco si stabilizza su un valore costante che esprime la forza elettromotrice della pila. Questo valore va misurato a CIRCUITO APERTO .

Vediamo adesso cosa succede quando i due poli (rame e zinco) sono collegati esternamente , ad esempio mediante un conduttore.

CIRCUITO CHIUSO

Collegando esternamente , mediante un conduttore metallico ,il rame C_u con lo zinco Z_n si ha un FLUSSO DI ELETTRONI dallo zinco al rame . Di conseguenza lo zinco diverrà meno negativo e potrà fare passare in soluzione altri ioni positivi. Ma allora si creeranno altri elettroni in eccesso che andranno verso il rame attraverso il collegamento esterno , e cosi di seguito . Quindi **comincerà a circolare con continuità una corrente di elettroni tra i due elettrodi attraverso il conduttore esterno**. All'interno del circuito, cioè nella soluzione elettrolitica, ha inizio il processo di elettrolisi. Al passaggio della corrente nel circuito esterno , si rompe l'equilibrio dinamico raggiunto a circuito aperto tra elettrodi e soluzione . Sul rame immerso nella soluzione si viene ad avere un ECCESSO di ELETTRONI e funge da CATODO (nel circuito esterno) mentre sullo zinco immerso nella soluzione si ha CARENZA di ELETTRONI e funge da ANODO (per il circuito interno).

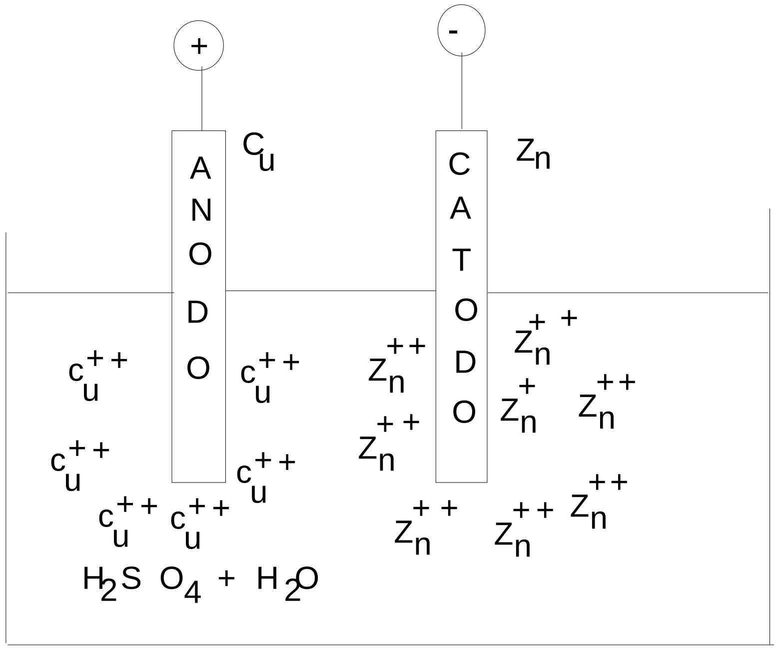
Perchè il flusso di elettroni possa continuare nel circuito esterno è necessario rifornire di elettroni lo zinco e togliere elettroni al rame. Questi, nella pila, si verificano tutti e due. Infatti gli ioni Z_n^{++} che vengono continuamente prodotti non solo consentono di rifornire lo zinco di elettroni ma reagiranno con l'acido solforico della soluzione secondo la seguente reazione chimica: $\mathbf{Z_n^{++} + H_2SO_4 \rightarrow Z_n^{++} + 2H^+ + SO_4^{--} \rightarrow Z_nSO_4 + 2H^+}$

Gli ioni H^+ presenti in soluzione si dirigono verso l'elettrodo di rame sottraendogli ciascuno un elettrone formando idrogeno neutro gassoso allo stato molecolare ($\mathbf{H_2}$) che sale alla superficie sotto forma di bollicine.
L'insieme delle due reazioni chimiche (formazione di solfato di zinco Z_nSO_4 e di idrogeno gassoso $\mathbf{H_2}$) libera energia che si trasforma in energia elettrica.

<<**Ad ogni atomo di zinco perduto dall'anodo (Z_n) corrisponde lo sviluppo di una molecola di idrogeno al catodo** ($\mathbf{C_u}$)>> .

Il funzionamento della pila, cioè il passaggio di corrente elettrica, si arresterà quando tutto lo zinco si sarà trasformato in solfato di zinco Z_nSO_4. Ma l'arresto della corrente avviene però molto prima a causa della polarizzazione. Infatti, l'idrogeno che si sviluppa all'elettrodo non abbandona del tutto la soluzione, ma rimane in parte attaccato all'elettrodo di rame formando una guaina di gas che blocca il funzionamento della pila in quanto impedisce agli altri ioni H^+ di raggiungere l'elettrodo e dare luogo alla reazione elettrochimica.

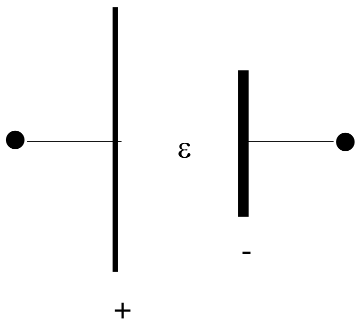
Il rimedio per ovviare a questo difetto è evidente: bisogna impedire che al catodo (polo positivo del circuito esterno) si depositi idrogeno. Per ovviare a tale inconveniente si circondano i poli di sostanze atte a reagire o fissare i gas sviluppati (sostanze depolarizzanti).



Pila di Volta

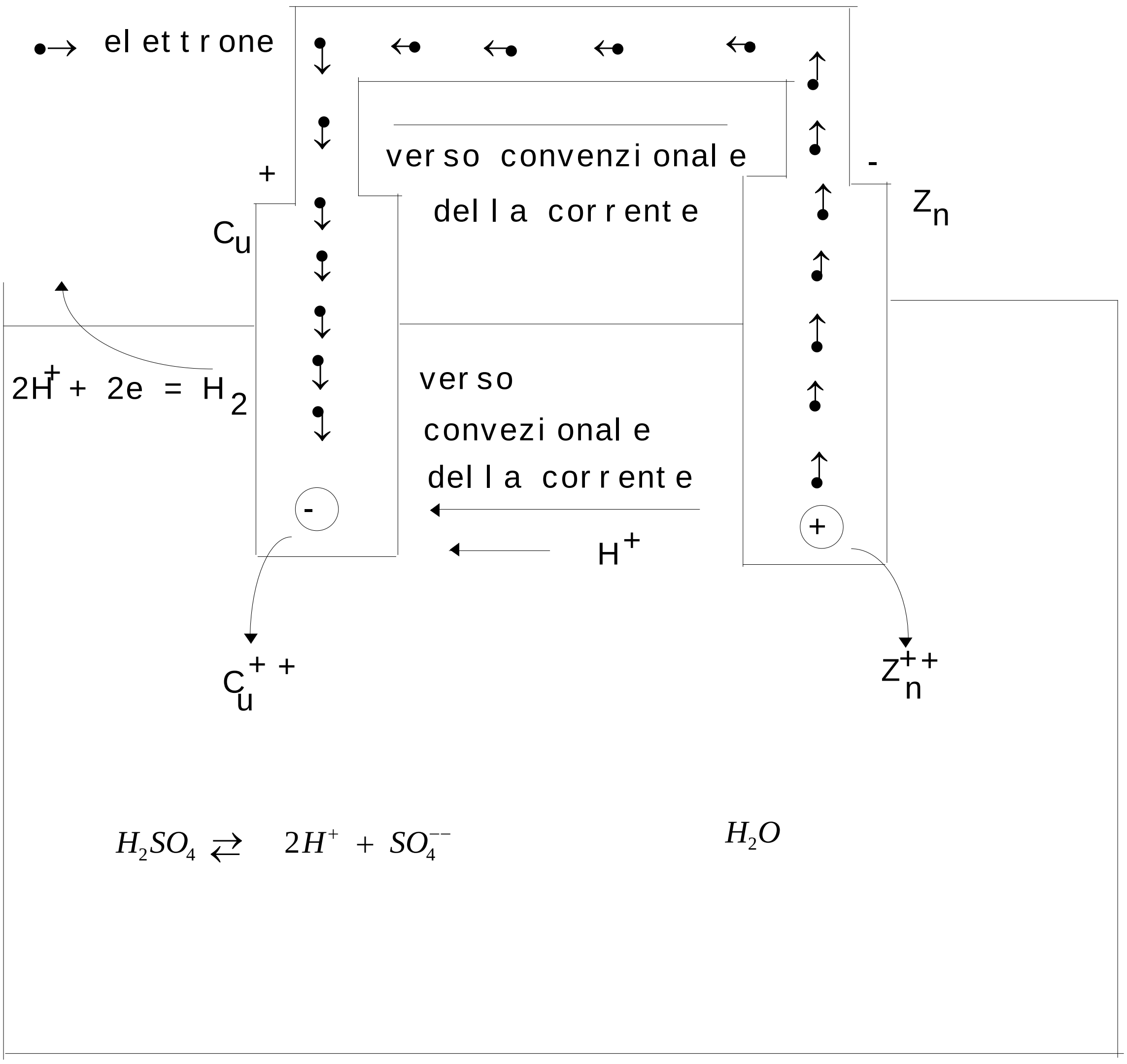
a circuito

aperto



Simbolo rappresentante una pila:

è costituito da due linee verticali delle quali la più lunga rappresenta il polo positivo e la più breve il polo negativo



La corrente, che ha come verso convenzionale quello in cui si muovono le cariche positive (cioè verso opposto a quello reale delle cariche negative), circola nel circuito esterno dal rame allo zinco ed all'interno della cella elettrolitica dallo zinco al rame.

PILA DANIELL

La pila Daniell è costituita da un recipiente di vetro diviso mediante un **setto poroso** MN , in due parti contenenti rispettivamente una soluzione satura di solfato di rame ($CuSO_4$ scisso in ioni Cu^{++} ed SO_4^{--}) in cui è immersa una lastra di rame (Cu) ed una soluzione (diluita) di solfato di zinco ($ZnSO_4$ scisso in ioni Zn^{++} ed SO_4^{--}) in cui è immersa una lastra di zinco (Zn). Collegando i due elettrodi con un filo metallico si ha , nel circuito esterno, un passaggio di corrente. Il funzionamento della pila Daniell è il seguente:

■ All'elettrodo di zinco avviene il fenomeno di ossidazione secondo questa reazione: $Z_n \to Z_n^{++} + 2e$ in quanto la lastra di zinco è immersa in una soluzione diluita di solfato di zinco. Questo si verifica perché la tensione di soluzione dello zinco è maggiore della pressione osmotica degli ioni dello stesso metallo presenti nell'elettrolita. Questo significa che un certo numero di ioni Zn^{++} passa in soluzione lasciando sulla lastra due elettroni per ogni ione che si allontana (ossidazione dell'elettrodo di zinco)

■ La lastra di rame non invia ioni in soluzione in quanto è immersa in una soluzione satura di solfato di rame

■ Abbiamo detto che collegando l'elettrodo di zinco con l'elettrodo di rame mediante un filo metallico si nota un passaggio di corrente

■ Infatti gli elettroni in eccesso presenti nella lastra di zinco, attraverso il filo metallico, giungono alla lastra di rame. Questo significa che nel circuito interno (cioè nella soluzione) la lastra di zinco è ANODO in quanto gli elettroni si allontanano da essa e la lastra di rame è CATODO in quanto in essa arrivano elettroni attraverso il circuito esterno. All'anodo (lastra di zinco) continua il fenomeno di ossidazione secondo la reazione $Z_n \to Z_n^{++} + 2e$, mentre al catodo (lastra di rame immersa nella soluzione satura di solfato di rame) avviene il processo di riduzione secondo la reazione:

$$C_u^{++} + 2e \to C_u$$

A causa di questo processo di ossido riduzione gli elettroni che giungono al catodo dall'anodo vengono continuamente assorbiti dagli ioni Cu^{++} presenti a causa della dissociazione elettrolitica che subisce il solfato di rame immerso in acqua. Questo determina un movimento ordinato di elettroni, cioè una corrente elettrica**.**

■ Nella soluzione , che costituisce il circuito interno ,abbiamo un duplice movimento di cariche , precisamente di ioni Zn^{++} e Cu^{++} diretti verso il catodo (lastra di rame) e di ioni SO_4^{--} diretti verso l'anodo (lastra di zinco) .

Questa circolazione , elettronica nel circuito esterno e ionica nel circuito interno , continua fino all'esaurimento dell'elettrodo di zinco che passa progressivamente in soluzione , attraversa il setto poroso e si combina col radicale acido SO_4^{--} presente nella soluzione di solfato di rame per formare solfato di zinco che si deposita in prossimità del setto poroso .

La circolazione cessa anche per l'esaurimento degli ioni Cu^{++} . Per evitare ciò spesso si arricchisce la soluzione satura di solfato di rame di cristalli di rame .

■ La funzione del setto poroso è quella di impedire un contatto diretto tra gli ioni Cu^{++} e l'elettrodo di zinco onde evitare che tali ioni assorbano gli elettroni direttamente dallo zinco.

Con questo meccanismo gli ioni Cu^{++} prendono gli elettroni messi a disposizione dalla lastra di zinco ma dopo che essi , attraverso il circuito esterno , arrivano sulla lastra di rame immersa nella soluzione satura di rame .

■ La pila Daniell è un dispositivo che, attraverso reazioni di ossido-riduzione, sospinge elettroni dallo zinco al rame attraverso il circuito esterno.

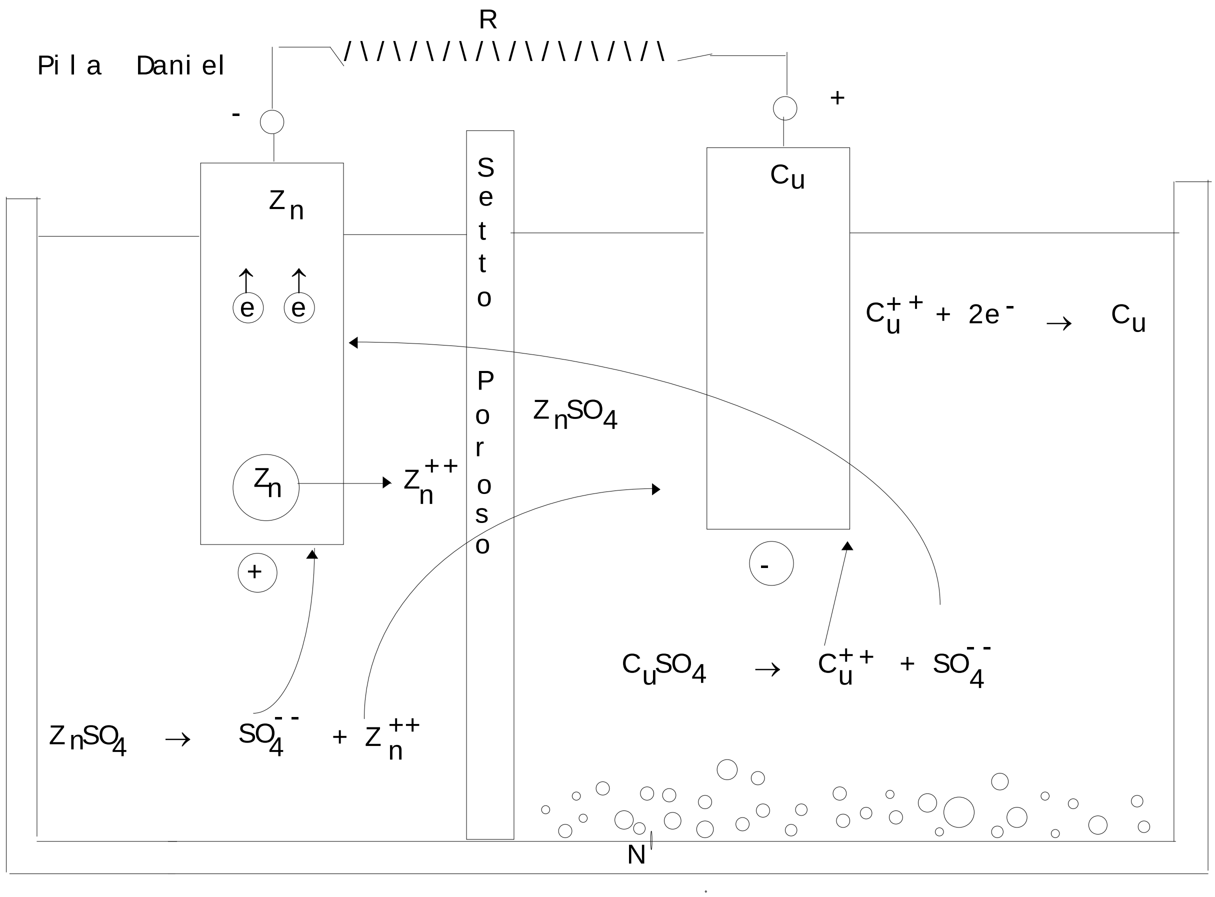
■ **CONCLUSIONI**

Sulla lastra di zinco abbiamo : $Zn \rightarrow Zn^{++} + 2e$ ossidazione

Sulla lastra di rame abbiamo: $Cu^{++} \rightarrow Cu - 2e$ riduzione

Nella soluzione si verifica quanto segue : lo zinco liberato allo stato di ione Zn^{++} si unisce al radicale acido SO_4^{--} del solfato di rame formando (nelle vicinanze del setto poroso) solfato di zinco Z_nSO_4 .

Complessivamente abbiamo : $Z_n + C_uSO_4 \rightarrow Z_nSO_4 + C_u$



La pila Daniell è costituita da due elettrodi , C_u e Z_n , immersi rispettivamente in una soluzione di C_uSO_4 e di Z_nSO_4 .

Le due soluzioni sono mantenute separate , ma a contatto elettrico tra loro , da una parete porosa che non ostacola il passaggio degli ioni SO_4^{--} da una soluzione all'altra .

ACCUMULATORI

Il fenomeno della polarizzazione, negativo per il funzionamento della pila , viene utilizzato per la preparazione degli accumulatori .

L ' accumulatore è una pila reversibile , cioè un apparecchio in grado di raccogliere energia elettrica sotto forma di energia chimica per restituirla sotto forma di energia elettrica .

Û Si hanno accumulatori con elettrodi di piombo immersi in una soluzione di acido solforico , accumulatori a ferro-nichel, a ferro-cadmio , a zinco-argento con elettrolita alcalino

Accumulatori ad elettrodi di piombo

L'accumulatore ad elettrodi di piombo risulta costituito da due lastre di piombo , che presentano degli alveoli riempiti di una pasta speciale costituita di ossido di piombo PbO_2 ed acqua H_2O .

Le piastre sono immerse in una soluzione diluita di acido solforico [25 % di H_2SO_4 e 75 % di H_2O].

I fenomeni elettrochimici che si svolgono nell'accumulatore con elettrodi di piombo vengono interpretati meglio con una teoria ispirata dal fatto che le due lastre di piombo , a contatto con l'acido solforico , si ricoprono di uno strato di solfato di piombo (teoria della doppia solfatazione). Infatti in seguito alla reazione chimica $PbO + H_2SO_4 = PbSO_4 + H_2O$ le due piastre si ricoprono di uno strato di solfato di piombo $PbSO_4$ poco solubile .

Ripetiamo che non tutti sono d'accordo circa le reazioni che avvengono all'atto della carica e della scarica nell'interno di un elemento a piombo .

La cosiddetta teoria della doppia solfatazione, dovuta a **Gladstone** e **Tribe** nel 1882, è ancora quella che sembra rendere conto nel modo migliore per lo meno della parte principale dei fenomeni. Se chiudiamo il circuito con un conduttore non si ha passaggio di corrente in quanto , data la simmetria $PbSO_4 \mid H_2SO_4 \mid PbSO_4$, non può nascere alcuna **f.e.m.**

carica dell'accumulatore

Affinché l'accumulatore possa funzionare come generatore di corrente si deve procedere alla sua carica. Colleghiamo le due lastre con un generatore di corrente continua.

Avvengono le seguenti trasformazioni elettrochimiche:

1) in soluzione abbiamo: $H_2SO_4 \leftrightarrow 2H^+ + SO_4^{--}$

2) all'anodo il radicale acido SO_4^{--} cede due elettroni e diventa SO_4 ($SO_4^{--} - 2e \rightarrow SO_4$) , ma SO_4 non può esistere allo stato neutro .

Si verifica la seguente reazione chimica : $\boxed{PbSO_4 + SO_4 + 2H_2O \rightarrow PbO_2 + 2H_2SO_4}$

Lo strato di solfato di piombo che ricopre l'anodo si trasforma in biossido di piombo (ossidazione) assumendo il colore bruno-cioccolata

La soluzione si arricchisce di acido solforico .

3) al catodo si dirigono gli ioni positivi (cationi) H^+ ed ognuno di essi preleva un elettrone e diventa atomo neutro di idrogeno. Per ogni due cationi che si neutralizzano abbiamo la formazione di una molecola di idrogeno . ($2H^+ + 2e \rightarrow H_2$)

Le molecole di idrogeno reagiscono col solfato di piombo dell'anodo secondo il seguente schema:

$$\boxed{PbSO_4 + H_2 \rightarrow H_2SO_4 + Pb}$$

Lo strato di solfato di piombo che ricopre il catodo si trasforma in piombo spugnoso di colore grigio. La soluzione si arricchisce di acido solforico.

Quindi dopo la carica il catodo dell'accumulatore si trasforma in una massa spugnosa di piombo metallico , mentre l'anodo si trasforma in biossido di piombo PbO_2 .

L'accumulatore carico è quindi costituito dalla catena: $\oplus \mathbf{P_b\,O_2|H_2\,SO_2|P_b}\,(-)$

Durante la carica la concentrazione di H_2SO_4 aumenta.

4) Il processo di carica viene interrotto non appena si sviluppa idrogeno al catodo ed ossigeno all'anodo. In tali condizioni ha inizio l ' elettrolisi dell'acqua che in questo caso non interessa. A questo punto la miscela (detta miscela tonante) dell'idrogeno e dell'ossigeno può dare luogo a fenomeni di esplosione. Quando si stacca la fonte di corrente esterna, si ottiene una pila galvanica ad anodo di biossido di piombo PBO_2 ed a catodo di piombo Pb. Pertanto a fine carica gli elettrodi sono diversi e, data la dissimetria $\oplus \mathbf{P_b\,O_2|H_2\,SO_2|P_b}\,(-)$ si ottiene una **f.e.m.** di circa 2 volt.

In questa fase l'**energia del generatore di corrente si è trasformata in energia potenziale chimica.** Se si lascia questo elemento a circuito aperto, esso può rimanere allo stato carico per un periodo assai lungo.

scarica dell'accumulatore

Stacchiamo il generatore di corrente dall'accumulatore. Quando si chiude il circuito di un accumulatore mediante un conduttore (un reostato, una lampadina o un qualsiasi altro utilizzatore), il circuito viene percorso da una corrente elettrica avente verso opposto a quello della corrente di carica; inizia il processo di scarica, cioè l'accumulatore funge da generatore di corrente continua restituendo sotto forma di energia elettrica l'energia chimica che aveva accumulato nella fase di carica.

Durante la scarica si verificano le seguenti reazioni chimiche:

1) all'anodo abbiamo quanto segue:

la lastra di piombo spugnoso invia in soluzione ioni positivi e per ognuno di essi trattiene due elettroni $\mathbf{P_b \rightarrow P_b^{++} + 2e}$ Gli ioni $\mathbf{P_b^{++}}$ reagiscono con gli ioni SO_4^{--} presenti in soluzione riformando solfato di piombo: $Pb^{++} + SO_4^{--} \rightarrow PbSO_4$

2) al CATODO abbiamo quanto segue:

Attraverso il circuito esterno elettroni arrivano sulla lastra di biossido di piombo $\mathbf{P_b O_2}$ che funge da catodo, dove arrivano gli ioni idrogeno che si neutralizzano prelevando ciascuno di essi un elettrone e formando molecole di idrogeno: $\mathbf{2H^+ + 2e \rightarrow H_2}$. Poi si verifica la seguente reazione chimica: $\mathbf{P_b O_2 + H_2 + H_2SO_4 \rightarrow P_b SO_4 + 2H_2O}$

Durante la scarica sia il piombo ($\mathbf{P_b}$) che il biossido di piombo (PbO_2) si trasformano in solfato di piombo con conseguente diminuzione di acido solforico in soluzione. Quando i due elettrodi riacquistano lo stato iniziale di piombo ricoperto di solfato di piombo, la corrente cessa e la concentrazione di acido solforico della soluzione riprenderà il suo valore iniziale. L'accumulatore è tornato ad elettrodi simmetrici e non vi è più traccia di **f.e.m.**. Durante la scarica l'accumulatore restituisce sotto forma di energia elettrica l'energia chimica che aveva accumulato nella fase di carica.

Le reazioni chimiche nell'accumulatore a piombo possono essere complessivamente rappresentate con la seguente equazione chimica (dove le due frecce indicano che la reazione avviene in un verso durante la scarica, in verso opposto durante la carica):

$$\oplus\ \underbrace{PbO_2 + 2H_2SO_4 + Pb\,(-)}_{accumulatore\ carico} \ \underset{carica}{\overset{scarica}{\longleftrightarrow}} \ \underbrace{PbSO_4 + 2H_2O + PbSO_4}_{accumulatore\ scarico}$$

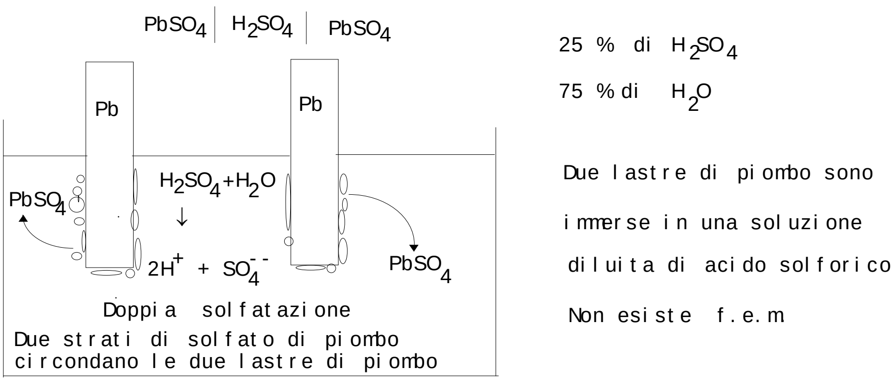
Ogni elemento di accumulatore ha una **f.e.m.** di circa 2 volt. Collegando in serie vari elementi si ottengono batterie aventi la **d.d.p.** desiderata.

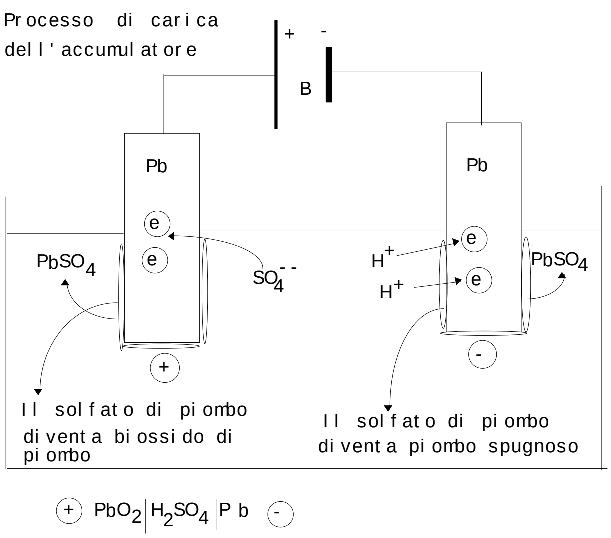
Capacità di un accumulatore

La capacità di un accumulatore esprime la quantità di elettricità che l'accumulatore può fornire durante la scarica . Essa viene misurata in coulomb o , come avviene nella pratica , in amperora : C $1Ah = 3600C$ Un accumulatore ha una capacità di $40Ah$ se può erogare la corrente di intensità di **1 A** per 40 ore , cioè se può fornire la carica complessiva di 144.000 C .

A conclusione di quanto sopra esposto possiamo affermare quanto segue:

Gli accumulatori elettrici o pile secondarie sono dispositivi capaci di immagazzinare dell'energia elettrica all'atto della carica , di conservarla per un tempo più o meno lungo sotto forma di energia potenziale chimica, per restituirla più o meno integralmente all'atto della scarica.

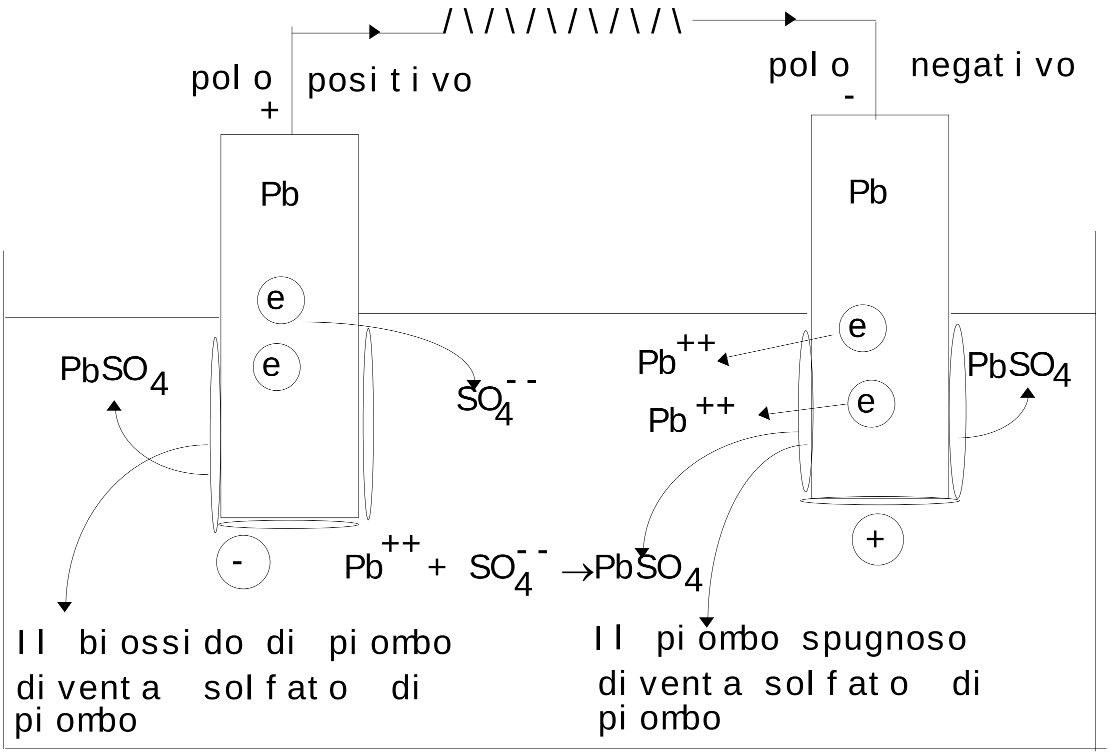




$$\text{Anodo: } \begin{cases} SO_4^{--} - 2e \to SO_4 \\ PbSO_4 + SO_4 + 2H_2O \to PbO_2 + 2\cdot H_2SO_4 \end{cases}$$

$$\text{Catodo: } \begin{cases} 2H^+ + 2e \to H_2 \\ PbSO_4 + H_2 \to H_2SO_4 + Pb \end{cases}$$

Processo di scarica dell'accumulatore



$PbSO_4$ | H_2SO_4 | $PbSO_4$

$$\text{Anodo: } \begin{cases} Pb \to Pb^{++} + 2e \\ Pb^{++} + SO_4^{--} \to PbSO_4 \end{cases}$$

$$\text{Catodo: } \begin{cases} 2H^+ + 2e \to H_2 \\ PbO_2 + H_2 + H_2SO_4 \to PbSO_4 + 2H_2O \end{cases}$$