

Ciclo Diesel

Il funzionamento del motore Diesel è schematizzabile tramite un ciclo termico eseguito da un gas ideale biatomico. Seguiamo le varie trasformazioni:

01) trasformazione OA, isobara, fase di aspirazione

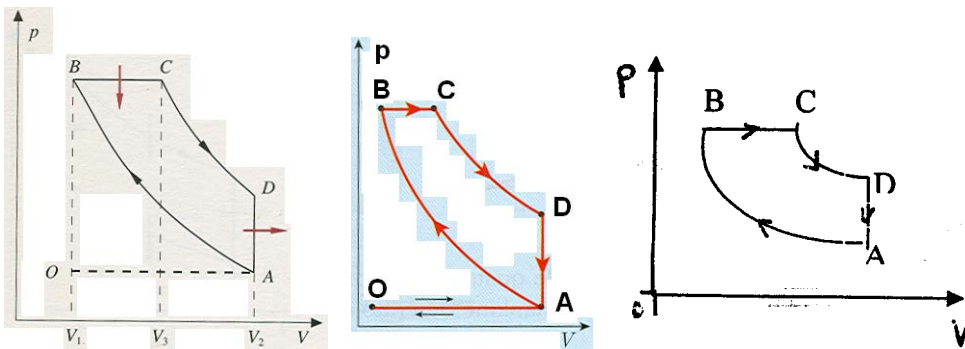
02) trasformazione AB, adiabatica reversibile, fase di compressione

03) trasformazione BC, isobara reversibile, fase di iniezione e combustione: il gas assorbe il seguente calore $Q_{BC} = Q_a = n C_{MP} (T_C - T_B) > 0$

04) trasformazione CD, adiabatica reversibile, fase di espansione

05) trasformazione DA, isocora reversibile, fase di decompressione: il gas cede il seguente calore: $Q_{DA} = Q_c = n C_{MV} (T_A - T_D) < 0$

06) trasformazione AO, isobara, fase di scarico.



$$p_B = p_C \quad V_A = V_D$$

Per calcolare il rendimento del ciclo Diesel basta applicare la seguente formula $\eta = 1 - \frac{|Q_c|}{|Q_a|}$

Durante la trasformazione isobara BC il gas assorbe la seguente quantità di calore:

$$Q_{BC} = Q_a = n C_{MP} (T_C - T_B) > 0$$

Durante la trasformazione isocora DA il gas cede la seguente quantità di calore:

$$Q_{DA} = Q_c = n C_{MV} (T_A - T_D) < 0$$

$$\eta = 1 - \frac{n C_{MV} (T_D - T_A)}{n C_{MP} (T_C - T_B)} = 1 - \frac{(T_D - T_A)}{\gamma \cdot (T_C - T_B)}$$

Questa formula è equivalente alla seguente formula:

$$\eta = 1 - \frac{1}{\gamma} \cdot \frac{\left(\frac{V_C}{V_D}\right)^\gamma - \left(\frac{V_B}{V_A}\right)^\gamma}{\frac{V_C}{V_D} - \frac{V_B}{V_A}} = 1 - \frac{1}{\gamma} \cdot \frac{\frac{1}{r_E} - \frac{1}{r_C}}{\frac{1}{r_E} - \frac{1}{r_C}}$$

$r_C = \frac{V_A}{V_B}$ = rapporto di compressione $r_E = \frac{V_D}{V_C}$ = rapporto di espansione

Dalle due trasformazioni adiabatiche, utilizzando una opportuna equazione di Poisson, ricaviamo:

$$\frac{T_D}{T_C} = \left(\frac{V_C}{V_D}\right)^{\gamma-1} \quad T_D = \left(\frac{V_C}{V_D}\right)^{\gamma-1} \cdot T_C \quad \frac{T_A}{T_B} = \left(\frac{V_B}{V_A}\right)^{\gamma-1} \quad T_A = \left(\frac{V_B}{V_A}\right)^{\gamma-1} \cdot T_B \quad V_A = V_D$$

La trasformazione isobara BC ci consente di scrivere la seguente relazione:

$T_B = \frac{V_B}{V_C} \cdot T_C$ ed anche: $T_A = \left(\frac{V_B}{V_A}\right)^{\gamma-1} \cdot \frac{V_B}{V_C} \cdot T_C$

$$\eta = 1 - \frac{1}{\gamma} \cdot \frac{T_D - T_A}{T_C - T_B} = 1 - \frac{1}{\gamma} \cdot \frac{\left(\frac{V_C}{V_D}\right)^{\gamma-1} \cancel{T_C} - \left(\frac{V_B}{V_A}\right)^{\gamma-1} \cdot \frac{V_B}{V_C} \cdot \cancel{T_C}}{\cancel{T_C} - \frac{V_B}{V_C} \cdot \cancel{T_C}} = 1 - \frac{1}{\gamma} \cdot \frac{\left(\frac{V_C}{V_D}\right)^{\gamma-1} - \left(\frac{V_B}{V_A}\right)^{\gamma-1} \cdot \frac{V_B}{V_C}}{1 - \frac{V_B}{V_C}}$$

$$\eta = 1 - \frac{1}{\gamma} \cdot \frac{\left(\frac{V_C}{V_D}\right)^\gamma \cdot \frac{V_D}{V_C} - \left(\frac{V_B}{V_A}\right)^\gamma \cdot \frac{V_A}{V_B} \cdot \frac{V_B}{V_C}}{1 - \frac{V_B}{V_C}} = 1 - \frac{1}{\gamma} \cdot \frac{\left(\frac{V_C}{V_D}\right)^\gamma \cdot \frac{V_D}{V_C} - \left(\frac{V_B}{V_A}\right)^\gamma \cdot \frac{V_A}{V_C}}{1 - \frac{V_B}{V_C}}$$

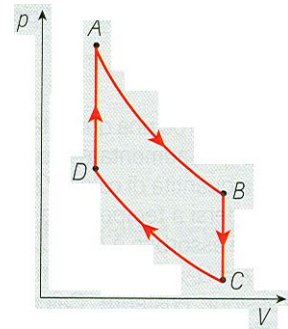
$$\eta = 1 - \frac{1}{\gamma} \cdot \frac{\left(\frac{V_C}{V_D}\right)^\gamma \cdot \frac{V_D}{V_C} - \left(\frac{V_B}{V_A}\right)^\gamma \cdot \frac{V_D}{V_C}}{1 - \frac{V_B}{V_C}} = 1 - \frac{1}{\gamma} \cdot \frac{\frac{V_D}{V_C} \cdot \left[\left(\frac{V_C}{V_D}\right)^\gamma - \left(\frac{V_B}{V_A}\right)^\gamma \right]}{1 - \frac{V_B}{V_C}} \cdot \frac{V_C}{V_D}$$

$$\eta = 1 - \frac{1}{\gamma} \cdot \frac{\left(\frac{V_C}{V_D}\right)^\gamma - \left(\frac{V_B}{V_A}\right)^\gamma}{\frac{V_C}{V_D} - \frac{V_B}{V_A}} = 1 - \frac{1}{\gamma} \cdot \frac{\left(\frac{V_C}{V_D}\right)^\gamma - \left(\frac{V_B}{V_A}\right)^\gamma}{\frac{V_C}{V_D} - \frac{V_B}{V_A}}$$

Ciclo Otto (Motore a scoppio)

Il ciclo termico di Otto schematizza il funzionamento di un motore a scoppio a quattro tempi, come quello del motore automobilistico a benzina. Nel ciclo Otto si suppone che la miscela aria-benzina sia assimilabile ad un gas ideale biatomico e che il ciclo sia reversibile.

Illustriamo le varie fasi del processo: **01)** Nella trasformazione OC la miscela benzina-aria viene aspirata nel cilindro, a pressione costante (**fase di aspirazione**) $O(V_D; p_C)$



02) Nella **trasformazione adiabatica** reversibile CD la miscela nel cilindro viene compressa rapidamente dal pistone dal volume v_C al volume v_D (**fase di compressione**)

03) La trasformazione isocora DA schematizza l'incendio della miscela dovuto alla scintilla prodotta dalla candela con conseguente esplosione, che provoca una rapida crescita della temperatura e della pressione del gas; si assume che il riscaldamento sia isocoro con assorbimento di calore $Q_a = Q_{DA} = n \cdot C_{MV} (T_A - T_D) > 0$. Questa è la **fase di accensione e combustione**.

04) Il gas caldo si espande rapidamente spingendo il pistone e va ad occupare il volume V_B con una trasformazione adiabatica reversibile AB , durante la quale viene compiuto lavoro (**fase di espansione**).

05) La **trasformazione BC**, **isocora** reversibile con la cessione del calore $Q_c = Q_{BC} = n \cdot C_{MV} (T_C - T_B) < 0$, schematizza l'apertura della valvola verso il tubo di scappamento con conseguente riduzione della pressione al valore iniziale V_C , mentre il gas cede calore all'ambiente esterno (**fase di decompressione**)

06) Infine nella trasformazione CO a pressione costante p_C il gas viene espulso dal cilindro ed il pistone ritorna nella posizione iniziale $O(V_D; p_C)$ (**fase di scarico**) I quattro tempi sono le trasformazioni OC (isobara), CD (adiabatica), AB (adiabatica), CO (isobara).

Il rendimento del ciclo è dato da:

$$\eta = 1 + \frac{Q_c}{Q_a} = 1 + \frac{n \cdot C_{MV} (T_C - T_B)}{n \cdot C_{MV} (T_A - T_D)} = 1 - \frac{\cancel{n \cdot C_{MV}} (T_B - T_C)}{\cancel{n \cdot C_{MV}} (T_A - T_D)} = 1 - \frac{T_B - T_C}{T_A - T_D} \quad \eta = 1 - \frac{T_B - T_C}{T_A - T_D}$$

Unità Didattica N° 19E Cicli Termodinamici Particolari

Sperimentalmente è più facile misurare i volumi $V_A=V_D$ e $V_C=V_B$ ed il loro rapporto $r=\frac{V_C}{V_A}$ (rapporto di compressione).

Applico alle trasformazioni adiabatiche AB e CD l'equazione di Poisson $T \cdot V^{\gamma-1} = \text{costante}$ ottenendo:

$$\begin{aligned} T_A \cdot V_A^{\gamma-1} &= T_B \cdot V_B^{\gamma-1} \\ T_D \cdot V_D^{\gamma-1} &= T_C \cdot V_C^{\gamma-1} \\ \frac{T_A \cdot V_A^{\gamma-1}}{(T_A - T_D) \cdot V_A^{\gamma-1}} &= \frac{T_B \cdot V_B^{\gamma-1}}{(T_B - T_C) \cdot V_C^{\gamma-1}} \end{aligned}$$

Sottraggo membro a membro ricordando che

risulta: $V_A=V_D$ e $V_C=V_B$ $r=\frac{V_C}{V_A}$ $\gamma=1,4$

$$\frac{T_B - T_C}{T_A - T_D} = \frac{V_A^{\gamma-1}}{V_C^{\gamma-1}} = \left(\frac{V_A}{V_C}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{V_A}{V_C}\right)^{0,4} \quad \eta = 1 - \left(\frac{V_A}{V_C}\right)^{\gamma-1} = 1 - \frac{1}{r^{\gamma-1}} = 1 - \left(\frac{V_A}{V_C}\right)^{0,4} = 1 - \frac{1}{r^{0,4}}$$

(Vedere Caforio Ferilli Pagina 352 Esempio 2)

- Mazzoldi pagina 419
- Mencuccini pagina 599 N° 7 + pagina 667

Ciclo di Stirling

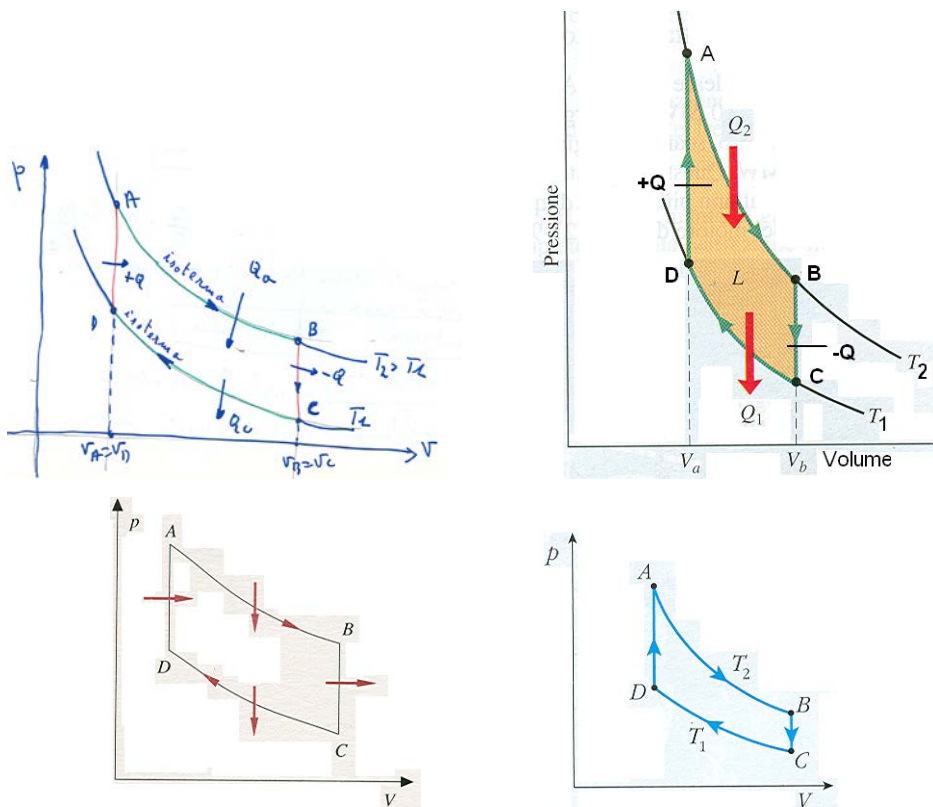
Il ciclo di Stirling è costituito da 4 trasformazioni reversibili, come indicato in figura.

01) trasformazione isoterma AB eseguita alla temperatura T_2 durante la quale il sistema termodinamico riceve la quantità di calore $Q_a > 0$.

02) trasformazione isocora BC, durante la quale il sistema termodinamico cede la quantità di calore $Q_c < 0$ portandosi alla temperatura $T_1 < T_2$

03) trasformazione isoterma CD eseguita alla temperatura T_1 durante la quale il sistema termodinamico cede all'ambiente esterno la quantità di calore $Q_c < 0$

04) trasformazione isocora DA, durante la quale il sistema termodinamico riceve la quantità di calore $Q_a > 0$ e raggiunge nuovamente la temperatura T_2 .



$$L_{AB} = Q_{AB} = Q_a = nRT_2 \cdot \ln \frac{V_B}{V_A} = nRT_2 \cdot \ln \frac{p_A}{p_B} > 0 \quad = \quad L_{CD} = Q_{CED} = Q_c = nRT_1 \cdot \ln \frac{V_D}{V_C} = nRT_1 \cdot \ln \frac{p_C}{p_D} < 0$$

$$Q_{DA} = nC_{MV} \cdot (T_A - T_D) = nC_{MV} \cdot (T_2 - T_1) = Q > 0 \quad Q_{BC} = nC_{MV} \cdot (T_C - T_B) = nC_{MV} \cdot (T_1 - T_2) = -Q < 0$$

$$L_{BC} = L_{DA} = 0 \quad Q_{DA} + Q_{BC} = 0 \quad V_A = V_D \quad V_B = V_C \quad \ln \frac{V_D}{V_C} = \ln \frac{V_A}{V_B} = -\ln \frac{V_B}{V_A}$$

$$\eta = 1 + \frac{Q_c}{Q_a} = 1 + \frac{nRT_1 \cdot \ln \frac{V_D}{V_C}}{nRT_2 \cdot \ln \frac{V_B}{V_A}} = 1 - \frac{\cancel{nRT_1} \cdot \ln \frac{V_D}{V_C}}{\cancel{nRT_2} \cdot \ln \frac{V_A}{V_B}} = \eta = 1 - \frac{T_1}{T_2} = \frac{T_2 - T_1}{T_2}$$

Il rendimento del **ciclo di Stirling** è uguale al rendimento del ciclo di Carnot.

N.B. Per ogni **ciclo di Stirling** valgono le seguenti relazioni

$$\frac{p_B}{p_C} = \frac{p_A}{p_D} = \frac{T_2}{T_1} \quad \left\{ \begin{array}{l} p_A V_A = nRT_2 \\ p_D V_D = nRT_1 \end{array} \right. \Rightarrow \frac{p_A}{p_D} = \frac{T_2}{T_1} \quad \left\{ \begin{array}{l} p_B V_B = nRT_2 \\ p_C V_C = nRT_1 \end{array} \right. \Rightarrow \frac{p_B}{p_C} = \frac{T_2}{T_1}$$

Variazione dell'entropia del **sistema termodinamico** durante l'intero ciclo

$\Delta S = 0$ in quanto S è una funzione di stato e quindi ΔS dipende dallo stato iniziale e da quello finale. La trasformazione è ciclica, quindi $\Delta S = 0$.

Variazione dell'entropia della sorgente calda avente temperatura T_2

$$\Delta S = \frac{-Q_{AB}}{T_2} = \frac{-nR \cancel{T_2} \cdot \ln \frac{V_B}{V_A}}{\cancel{T_2}} = nR \cdot \ln \frac{V_A}{V_B} = nR \cdot \ln \frac{p_B}{p_A} < 0$$

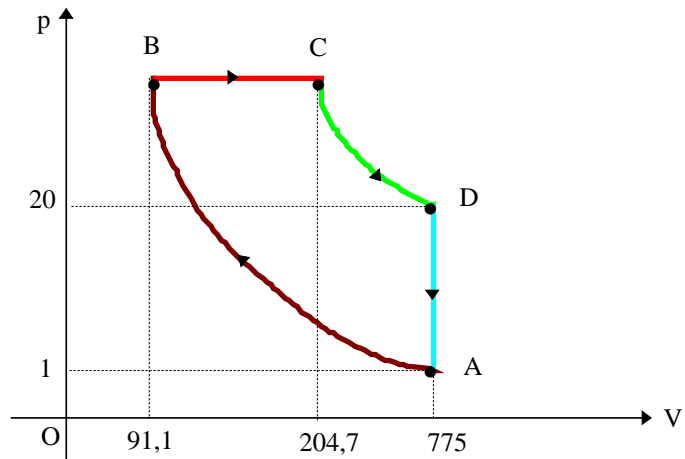
L'entropia della sorgente calda diminuisce perché cede calore. Il calore ceduto è negativo.

Variazione dell'entropia della sorgente fredda avente temperatura T_1

$$\Delta S = \frac{-Q_{CD}}{T_1} = \frac{-nR \cancel{T_1} \cdot \ln \frac{V_D}{V_C}}{\cancel{T_1}} = nR \cdot \ln \frac{V_C}{V_D} = nR \cdot \ln \frac{p_D}{p_C} > 0$$

L'entropia della sorgente fredda aumenta perché riceve calore.

017A) Ad $m = 1\text{ kg}$ di aria, che inizialmente si trova alla temperatura $t_1 = 0^\circ\text{C}$ ed alla pressione $p_1 = 1\text{ atm}$, si fa descrivere il seguente ciclo reversibile:



(1) compressione adiabatica da p_1 a $p_2 = 20\text{ atm}$

(2) riscaldamento a pressione costante durante il quale vengono forniti alla massa d'aria considerata $Q = 200\text{ Kcal}$

(3) espansione adiabatica fino al volume iniziale

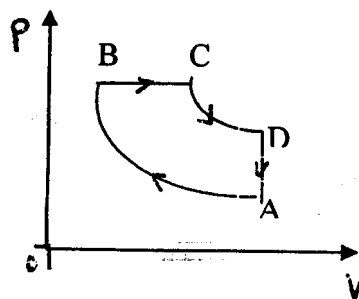
(4) raffreddamento a volume costante fino alla pressione iniziale.

Consideriamo l'aria un gas perfetto e per le grandezze sotto segnate attribuiamo i seguenti

valori: $c_p = 0,25 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}}$, $\gamma = 1,4$, $M = 28,9$

Calcolare:

- (1) • le coordinate dei punti d'intersezione dei lati del ciclo
 - la quantità di lavoro ottenuto
 - il rendimento
- (2) Le variazioni d'entropia nelle differenti trasformazioni.



Lo stato fisico **A** è caratterizzato dalla pressione $p_A = p_1 = 1\text{ atm}$. Per trovare il suo volume basta applicare l'equazione caratteristica dei gas perfetti $pV = nRT$ che nel caso nostro assume la forma:

$$p_A V_A = n R T_A = \frac{m}{M} R T_A \quad V_A = \frac{m}{M} \cdot \frac{R T_A}{p_A} = \frac{10^3 \cdot 0,082 \cdot 273}{28,9 \cdot 1} = 775 \ell \quad V_A = 775 \ell$$

Per calcolare le coordinate del punto B basta tenere presente che la trasformazione AB è

adiabatica $p_A \cdot V_A^\gamma = p_B \cdot V_B^\gamma$ $V_B = V_A \left(\frac{p_A}{p_B} \right)^{\frac{1}{\gamma}} = 775 \cdot \left(\frac{1}{20} \right)^{\frac{1}{1,4}} = 91,1 \ell$

$$p_B V_B = n R T_B = \frac{m}{M} R T_B \quad T_B = \frac{M p_B V_B}{m R} = \frac{28,9 \cdot 20 \cdot 91,1}{10^3 \cdot 0,082} = 642 \text{ °K}$$

Per passare dallo stato fisico B allo stato fisico C si effettua una trasformazione a pressione costante. Il calore assorbito dal sistema termodinamico verifica la relazione:

$$Q = m \cdot c_p (T_C - T_B) \Rightarrow T_C = T_B + \frac{Q}{m c_p} = 642 + \frac{200 \cdot 10^3}{10^3 \cdot 0,25} = 1442 \text{ °K}$$

Per una trasformazione isobarica vale la relazione: $\frac{V_C}{V_B} = \frac{T_C}{T_B}$ e quindi:

$$V_C = \frac{T_C}{T_B} \cdot V_B = \frac{1442}{642} \cdot 91,1 = 204,7 \ell$$

Coordinate del punto D. La trasformazione è adiabatica, quindi possiamo scrivere:

$$p_C \cdot V_C^\gamma = p_D \cdot V_D^\gamma, \quad V_D = V_A \quad p_D = p_C \cdot \left(\frac{V_C}{V_A} \right)^\gamma = 20 \cdot \left(\frac{204,7}{775} \right)^{1,4} = 3,102 \text{ atm}$$

Per la trasformazione isovolumica DA vale la relazione: $\frac{p_D}{p_A} = \frac{T_D}{T_A} \Rightarrow$

$$T_D = \frac{p_D}{p_A} \cdot T_A = \frac{3,102}{1} \cdot 273 = 847,5 \text{ °K}$$

Premesso che risulta: $n \cdot C_{MV} = n \cdot M \cdot c_V = m \cdot c_V = \frac{m \cdot c_p}{\gamma}$, $\frac{C_{MP}}{C_{MV}} = \frac{c_p}{c_V} = \gamma$, il lavoro ottenuto

durante l'intero ciclo ci viene fornito dalla seguente relazione :

$$\begin{aligned} L &= L_{AB} + L_{BC} + L_{CD} + L_{DA} = \frac{m \cdot c_p}{\gamma} (T_A - T_B) + p_B (V_C - V_B) + \frac{m \cdot c_p}{\gamma} (T_C - T_D) + 0 = \\ &= p_B (V_C - V_B) + \frac{m \cdot c_p}{\gamma} (T_A - T_B + T_C - T_D) = \\ &= 20 \cdot 1,013 \cdot 10^5 \cdot 10^{-3} (204,7 - 91,1) + \frac{10^3 \cdot 0,25 \cdot 4,18}{1,4} (273 - 642 + 1442 - 847,5) \quad L = 3,986 \cdot 10^5 \text{ J} \end{aligned}$$

Il rendimento di una macchina termica reversibile vale: $\eta = \frac{L}{\sum Q_i}$

L = lavoro prodotto dalla macchina termica durante l'intero ciclo

$\sum Q_i$ = calore assorbito dalla macchina termica durante l'intero ciclo

Nel nostro caso la sola quantità di calore assorbita dal gas è Q e quindi possiamo scrivere :

$$\eta = \frac{L}{Q} = \frac{3,986 \cdot 10^5}{2 \cdot 10^5 \cdot 4,18} = 0,447 = 44,7\%$$

$$Q = 200 \text{ Kcal} = 2 \cdot 10^2 \cdot 10^3 \cdot 4,18 \text{ J} = 2 \cdot 10^5 \cdot 4,18 \text{ J}$$

Lungo una qualsiasi trasformazione adiabatica non c'è variazione di entropia. Lungo la trasformazione isobarica BC abbiamo:

$$S_C - S_B = n \cdot C_{M_p} \cdot \ln \frac{T_C}{T_B} = m \cdot c_p \cdot \ln \frac{T_C}{T_B} = 10^3 \cdot 0,25 \cdot 2,3 \cdot 0,3519 = 202 \frac{\text{cal}}{^\circ\text{K}}$$

Lungo la trasformazione isovolumica DA abbiamo:

$$S_A - S_D = n \cdot C_{M_V} \cdot \ln \frac{T_A}{T_D} = \frac{m \cdot c_p}{\gamma} \cdot \ln \frac{T_A}{T_D} = -202 \frac{\text{cal}}{^\circ\text{K}}$$

Questo è un risultato prevedibile in quanto per una trasformazione ciclica reversibile la variazione di entropia è **nulla**. Questo significa che deve essere: $(S_C - S_B) - (S_A - S_D) = 0$ e quindi:

$$(S_A - S_D) = -(S_C - S_B) = -202 \frac{\text{cal}}{^\circ\text{K}}$$