Simbolismo

$\mathbf{x}$ = valore esatto di una grandezza

$\overline{\mathbf{x}}$ = valore misurato = media aritmetica di una serie di misure

$\mathbf{e_a = \Delta x = x - \overline{x} = \varepsilon_a}$ = incertezza (errore) assoluta

$\mathbf{e_r = \dfrac{\Delta x}{\overline{x}}}$ = incertezza (errore) relativa

$\mathbf{e_p = e_\% = 100 \cdot e_r = 100 \cdot \dfrac{\Delta x}{\overline{x}} = 100 \cdot \dfrac{e_a}{\overline{x}}}$ = incertezza (errore) percentuale

$\mathbf{x = \overline{x} \pm \Delta x}$ $\Leftrightarrow$ $\mathbf{\overline{x} - \Delta x < x < \overline{x} + \Delta x}$ $\mathbf{\overline{x} - \Delta x = x_{min}}$ = valore minimo

$\mathbf{\overline{x} + \Delta x = x_{max}}$ = valore massimo $\mathbf{e_m = \dfrac{x_{max} - x_{min}}{2}}$ = semidispersione massima

$$\mathbf{e_m = \frac{x_{max} - x_{min}}{2}} = \frac{\overline{x} + \Delta x - (\overline{x} - \Delta x)}{2} = \frac{\overline{x} + \Delta x - \overline{x} + \Delta x}{2} = \frac{2\Delta x}{2} = \mathbf{\Delta x}$$

$\mathbf{\overline{x} - \Delta x = x_{min}} \Rightarrow \mathbf{\overline{x} = x_{min} + \Delta x}$ $\mathbf{\overline{x} + \Delta x = x_{max}} \Rightarrow \mathbf{\overline{x} = x_{max} - \Delta x}$

Per ottenere il valore misurato basta aggiungere al valore minimo l’errore assoluto o sottrarre al valore massimo l’errore assoluto

$1292 < L < 1366$ $L_{min} = 1292$ $L_{max} = 1366$ $\Delta L = \dfrac{1366 - 1292}{2} = \dfrac{74}{2} = 37$

$\overline{L} = L_{min} + \Delta L = 1292 + 37 = 1329$ $\overline{L} = L_{max} - \Delta L = 1292 - 37 = 1329$ $\mathbf{L = (1329 \pm 37)}$

$$\mathbf{L = (53,5 \pm 0,5)\,mm = (5,35 \pm 0,05)\,mm = (0,535 \pm 0,005)\,mm}$$

Ad indicare la precisione (l’errore) del valore scelto o atteso o trovato $\overline{\mathbf{x}}$ si può procedere in uno dei seguenti modi:

- $\mathbf{x = \overline{x} \pm e_m}$ con $\mathbf{e_m = \dfrac{x_{max} - x_{min}}{2}}$ = semidispersione massima

- $x = \overline{x} \pm \sigma$ con $\sigma = \sqrt{\dfrac{(x_1 - \overline{x})^2 + (x_2 - \overline{x})^2 + \cdots + (x_n - \overline{x})^2}{n}} = \sqrt{\dfrac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2}{n}}$ deviazione standard o scostamento quadratico medio

- $x = \overline{x} \pm \delta$ con $\delta = \sqrt{\dfrac{(x_1 - \overline{x})^2 + (x_2 - \overline{x})^2 + L + (x_n - \overline{x})^2}{n - 1}} = \sqrt{\dfrac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2}{n - 1}}$ o meglio se

$$\delta = \sqrt{\dfrac{(x_1 - \overline{x})^2 + (x_2 - \overline{x})^2 + L + (x_n - \overline{x})^2}{n(n - 1)}} = \sqrt{\dfrac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2}{n(n - 1)}}$$

Osservazione: **Lo scarto quadratico medio σ è più significativo della semidispersione e_m e per questo motivo nel calcolo dell'errore è preferibile alla semidispersione**.

Le cifre significative

Definiamo cifre significative del risultato di un'operazione di misura le cifre note come certe più la prima cifra incerta. Infatti le cifre significative di una misura diretta sono le cifre note con certezza più la prima cifra incerta. Il numero di cifre significative si determina contando la cifra incerta e tutte quelle alla sua sinistra fino all'ultima cifra diversa da zero. Nella scrittura di un numero decimale, gli zeri iniziali a sinistra servono solo a indicare la posizione decimale della prima cifra e non debbono essere contati tra le cifre significative. Il numero **0,03** ha una sola cifra significativa che è il **3**. Sono, invece, cifre significative gli **zeri finali alla destra della virgola decimale**. Il numero **0,030** ha due cifre significative che sono **3** e **0**.

Quando usiamo la formula $x = \overline{x} \pm \varepsilon_a = \overline{x} \pm e_m = \overline{x} \pm \Delta x$ dobbiamo seguire la seguente convenzione:

- dobbiamo indicare l'errore $\varepsilon_a = e_m = \Delta x$ con una o al massimo due cifre significative
- una misura non può avere cifre di posto superiore all'ultima cifra dell'errore, cioè il risultato della misura deve essere scritto in modo che la sua ultima cifra significativa sia nella stessa posizione decimale dell'errore.

Se, per esempio, abbiamo: $x_M = 18,26\,s$, $e_m = 0,2\,s$ allora dobbiamo scrivere:

$x = (18,3 \pm 0,2)\,s$ avendo approssimato per eccesso il valore trovato $x_M = 18,26\,s$ ad una sola cifra decimale. Se l'errore presenta due cifre decimali anche la misura deve essere approssimata (per eccesso o per difetto) a due cifre decimali.

Si chiamano cifre significative di una misura le cifre certe e la prima cifra incerta.

La misura di un lato di un rettangolo è: $L = (136 \pm 2)$ $\Leftrightarrow$ $\mathbf{13}6 < L < \mathbf{13}8$

Le prime due cifre $1,3$ sono esatte, la terza cifra $\mathbf{6}$ è incerta. Pertanto la misura trovata ha tre cifre significative.

Se misuro la massa di una vettura e scrivo $\mathbf{m = 1257\,kg}$ metto in evidenza che le cifre significative di questa misura sono quattro ($\mathbf{1257}$); le prime tre cifre ($\mathbf{125}$) sono esatte, la quarta cifra ($\mathbf{7}$) è incerta. Se, invece, voglio evidenziare che tutte e quattro le cifre sono esatte debbo scrivere $\mathbf{m = 1257,0\,kg}$.

Cifre significative nel risultato di una misura

- se l'errore (incertezza) $\mathbf{\Delta x}$ di una misura è arrotondato ad una cifra significativa allora il risultato di una misura deve essere scritto in modo che la sua ultima cifra significativa sia nella stessa posizione decimale dell'errore (incertezza).

Se la misura di un intervallo di tempo dà questi risultati: $t = 27,39\,s$ $\Delta t = 0,3\,s$

Il risultato della misura dell'intervallo di tempo va approssimato ad una sola cifra dopo la virgola. Scriviamo: $\mathbf{t = (27,4 \pm 0,3)\,s}$

Cifre significative nelle operazioni

• Addizione e sottrazione di misure

Sono cifre significative soltanto quelle che risultano dalla somma o dalla differenza di cifre significative. $1{,}13\,kg + 0{,}528\,kg = 1{,}658\,kg = 1{,}66\,kg$ in quanto $1, 6, 5$ sono cifre significative in quanto somma di cifre significative, come si deduce dal seguente schema:

$$\begin{array}{lllll} 1, & 1 & 3 & & kg \quad + \\ 0, & 5 & 2 & 8 & kg \\ \hline 1, & 6 & 5 & \mathbf{8} & kg \end{array}$$

la cifra **8** in rosso non è significativa perché il numero **1,13** non ha una cifra significativa tre posti dopo la virgola.

La misura di due masse ha dato i seguenti risultati: $M = (3{,}04 \pm 0{,}01)\,kg \quad m = (13{,}2 \pm 0{,}1)\,kg$

La loro somma vale: $M + m = (16{,}2 \pm 0{,}1)\,kg$

$$\begin{array}{llll} & 3, & 0 & \mathbf{4} \quad + \\ 1 & 3, & 2 & \\ \hline 1 & 6, & 2 & \mathbf{4} \end{array}$$

• Moltiplicazione e divisione di una misura per un numero

Il risultato deve avere lo stesso numero di cifre significative della misura meno precisa.

$20\,m : 5 = 4{,}0\,m$ la misura ha due cifre significative (2, 0) il quoziente deve avere due cifre significative (4, 0)

$5{,}87 \cdot 23{,}48\,s = 23{,}5\,s$ il primo (secondo) fattore ha tre (quattro) cifre significative; il prodotto deve avere tre cifre significative con arrotondamento.

• Moltiplicazione e divisione di misure

Il risultato deve avere lo stesso numero di cifre significative della misura meno precisa.

$5{,}870\,m \cdot 2{,}5\,m = 14{,}\mathbf{675}\,m^2 = 15\,m^2$ la prima misura ha quattro cifre significative, la seconda misura ha due cifre significative; il prodotto deve avere due cifre significative.

La parte decimale **0,675** si elimina e si arrotonda per eccesso l'unità della parte intera

$48,2\,km : 3,7524\,h = 12,8\mathbf{451125}\dfrac{km}{h} = 12,8\dfrac{km}{h}$ il dividendo è formato da tre cifre significative, il divisore è formato da cinque cifre significative, il quoziente sarà formato da tre cifre significative con arrotondamento per eccesso.

Arrotondamento di un numero

Arrotondare un numero significa sostituirlo con un altro che abbia meno cifre significative. L'ultima cifra considerata è aumentata di una unità (1) se è seguita da una cifra ≥ 5 (arrotondamento per eccesso), non è modificata se è seguita da una cifra minore di 5 (arrotondamento per difetto).

Arrotondare il numero $\mathbf{45,352}$ $\mathbf{45,35}$ (arrotondamento per difetto)

$\mathbf{45,4}$ (arrotondamento per eccesso).

Per arrotondare un numero avente **n** cifre decimali si procede come segue:

- si considera la cifra successiva alla cifra n-esima. Se essa è minore di **5**, la cifra viene eliminata assieme a quelle che la seguono e la cifra precedente rimane la stessa

- se la cifra successiva alla cifra n-esima è maggiore o uguale a **5**, la cifra viene eliminata e la cifra precedente viene aumentata di una unità.

L'arrotondamento numero $45,35289$ è $\mathbf{45,35}$ se l'arrotondamento è a 4 cifre, è $\mathbf{45,4}$ se l'arrotondamento è 3 cifre, $\mathbf{45,3529}$ se l'arrotondamento è a 6 cifre.

Gli errori sistematici sono quelli che avvengono sempre nello stesso verso: o sempre per eccesso o sempre per difetto. Gli errori sistematici possono derivare da strumenti difettosi o dalla imperizia di conduce la misura.

Gli errori casuali sono quelli che variano in maniera imprevedibile e sono prodotti da una molteplicità di cause non bene individuabili e che influenzano il risultato della misura a volte per eccesso a volte per difetto. Si tratta di errori ineliminabili.

Calcolo dell'errore nelle misure indirette, ovvero la propagazione degli errori

Si applica la legge di propagazione degli errori utilizzando i seguenti teoremi:

1) Somma di due grandezze misurate $y = a + b$

$a=\bar{a}\pm\Delta a=\bar{a}\pm e_a \quad b=\bar{b}\pm\Delta b=\bar{b}\pm e_b$ errori assoluti $\Delta y=\Delta(a+b)=\Delta a+\Delta b=e_a+e_b$

<<**L'errore assoluto commesso sulla somma algebrica di due o più grandezze misurate è uguale alla somma degli errori assoluti commessi nelle singole misure**>>

L'errore relativo si calcola applicando la seguente formula:

$$e_r=\frac{\Delta y}{\bar{y}}=\frac{e_a+e_b}{\bar{a}+\bar{b}}=\frac{\bar{a}\cdot e_{ra}+\bar{b}\cdot e_{rb}}{\bar{a}+\bar{b}} \quad \text{essendo} \quad e_{ra}=\frac{e_a}{\bar{a}} \quad e_{rb}=\frac{e_b}{\bar{b}}$$

2) Differenza di due grandezze misurate $y = a - b$

$a=\bar{a}\pm\Delta a=\bar{a}\pm e_a \quad b=\bar{b}\pm\Delta b=\bar{b}\pm e_b$ errori assoluti $\Delta y=\Delta(a-b)=\Delta a+\Delta b$

<<**L'errore assoluto commesso sulla differenza di due o più grandezze misurate è uguale alla somma degli errori assoluti commessi nelle singole misure**>>

L'errore relativo si calcola applicando la seguente formula:

$$e_r=\frac{\Delta y}{\bar{y}}=\frac{e_a+e_b}{\bar{a}-\bar{b}}=\frac{\bar{a}\cdot e_{ra}+\bar{b}\cdot e_{rb}}{\bar{a}-\bar{b}} \quad \text{essendo} \quad e_{ra}=\frac{e_a}{\bar{a}} \quad e_{rb}=\frac{e_b}{\bar{b}}$$

3) Prodotto di due grandezze misurate $y = a\cdot b$

$$\frac{\Delta y}{\bar{y}}=\frac{\Delta(a\cdot b)}{\bar{a}\cdot\bar{b}}=\frac{\Delta a}{\bar{a}}+\frac{\Delta b}{\bar{b}} \quad = \quad \text{errore relativo del prodotto}$$

$$\Delta y=\bar{y}\left(\frac{\Delta a}{\bar{a}}+\frac{\Delta b}{\bar{b}}\right)=\bar{a}\cdot\bar{b}\left(\frac{\Delta a}{\bar{a}}+\frac{\Delta b}{\bar{b}}\right)=\bar{a}\cdot\Delta b+\bar{b}\cdot\Delta a \quad \text{errore assoluto del prodotto}$$

L'errore relativo (o percentuale) commesso nel prodotto di due o più grandezze misurate è la somma degli errori relativi (o percentuali) commessi sulle singole misure.

4) Rapporto di due grandezze misurate $y = \frac{a}{b}$

$$\frac{\Delta y}{\overline{y}} = \frac{\Delta\left(\frac{a}{b}\right)}{\frac{\overline{a}}{\overline{b}}} = \frac{\Delta a}{\overline{a}} + \frac{\Delta b}{\overline{b}} \quad = \text{ errore relativo del quoziente}$$

$$\Delta y = \overline{y}\left(\frac{\Delta a}{\overline{a}} + \frac{\Delta b}{\overline{b}}\right) = \frac{\overline{a}}{\overline{b}}\left(\frac{\Delta a}{\overline{a}} + \frac{\Delta b}{\overline{b}}\right) = \frac{\overline{b}\cdot\Delta a + \overline{a}\cdot\Delta b}{\left(\overline{b}\right)^2} \quad \text{errore assoluto del quoziente}$$

L'errore relativo (o percentuale) commesso sul rapporto di due o più grandezze misurate è la somma degli errori relativi (o percentuali) commessi sulle singole misure del numeratore e del denominatore.

05) Potenza di una grandezza misurata: $y = a^n$

Regola: L'errore relativo (o percentuale) di una potenza è uguale al prodotto dell'esponente della potenza per l'errore relativo della base.

$$y = \overline{y} \pm \Delta y \qquad e_{r\,y} = \frac{\Delta y}{\overline{y}} = \frac{\Delta y}{\overline{a}^n} = n\cdot\frac{\Delta a}{\overline{a}} = n\cdot e_{r\,a} \qquad \mathbf{\Delta y = n\cdot\frac{\Delta a}{\overline{a}}\cdot\overline{y}} \qquad \Delta y = n\cdot e_{r\,a}\cdot\overline{a}^n$$

$$a = (13{,}25 \pm 0{,}02) \quad \overline{a} = 13{,}25 \quad \Delta a = e_a = 0{,}02 \quad e_{r\,a} = \frac{\Delta a}{\overline{a}} = \frac{0{,}02}{13{,}25} = 0{,}0015 \quad \text{errore relativo}$$

calcolare $y = a^3$ $\quad \overline{y} = \overline{a}^3 = (13{,}25)^3 = 2326{,}2 \quad e_{r\,a} = \frac{0{,}02}{13{,}25} = 0{,}0015$

$$e_r = 3\cdot e_{r\,a} = 3\cdot 0{,}0015 = 0{,}0045 \qquad \frac{\Delta y}{\overline{y}} = \frac{e_r}{\overline{y}} = 0{,}0045 \quad \Rightarrow \quad \Delta y = 2326{,}2\cdot 0{,}0045 = 10{,}5$$

$$y = (2326{,}6 \pm 10{,}5)$$

6) Radice ennesima di una grandezza misurata $y=\sqrt[n]{a}$

L'errore relativo (o percentuale) di una radice è uguale al quoziente tra l'errore relativo (o percentuale) del radicando e l'indice del radicale.

$\mathbf{y=\bar{y}\pm\Delta y}$ $\quad e_{ry}=\frac{\Delta y}{\bar{y}}=\frac{1}{n}\cdot\frac{\Delta a}{\bar{a}}=\frac{e_{ra}}{n}$ $\quad \Delta y=\frac{1}{n}\cdot\frac{\Delta a}{\bar{a}}\cdot\bar{y}$

$a=(13,25\pm0,02)$ $\quad \bar{a}=13,25$ $\quad \Delta a=e_a=0,02$ $\quad e_{ra}=\frac{\Delta a}{\bar{a}}=\frac{0,02}{13,25}=0,0015$ errore relativo

calcolare $y=\sqrt{a}$ $\quad \bar{y}=\sqrt{13,25}=3,64$ $\quad e_{ry}=\frac{\Delta y}{\bar{y}}=\frac{1}{n}\cdot\frac{\Delta a}{\bar{a}}=\frac{1}{2}\cdot\frac{0,02}{13,25}=\frac{0,01}{13,25}=0,0007(5)$

$\Delta y=(0,0007)\cdot(3,64)=0,0027(3)\sim0,003$ $\quad \mathbf{y=(3,64\pm0,003)}$

Valori delle grandezze derivate $G_1=\bar{G}_1\pm\Delta G_1$ $\quad G_2=\bar{G}_2\pm\Delta G_2$ e corrispondenti **errori assoluti e relativi**			
Grandezza G	**Valore misurato** $\bar{x}=\bar{G}$	**Errore assoluto** $e_a=\Delta G$	**Errore relativo** $e_r=\frac{\Delta G}{\bar{G}}$
$G=G_1+G_2$	$\bar{G}=\bar{G}_1+\bar{G}_2$	$\Delta G=\Delta G_1+\Delta G_2$	$e_{rG}=\frac{\bar{G}_1\cdot e_{rG_1}+\bar{G}_2\cdot e_{rG_2}}{\bar{G}_1+\bar{G}_2}$
$G=G_1-G_2$	$\bar{G}=\bar{G}_1-\bar{G}_2$	$\Delta G=\Delta G_1+\Delta G_2$	$e_{rG}=\frac{\bar{G}_1\cdot e_{rG_1}+\bar{G}_2\cdot e_{rG_2}}{\bar{G}_1-\bar{G}_2}$
$G=G_1\cdot G_2$	$\bar{G}=\bar{G}_1\cdot\bar{G}_2$	$\Delta G=\bar{G}_1\cdot\Delta G_2+\bar{G}_2\cdot\Delta G_1$	$\frac{\Delta G}{\bar{G}}=\frac{\Delta G_1}{\bar{G}_1}+\frac{\Delta G_2}{\bar{G}_2}$
$G=\frac{G_1}{G_2}$	$\bar{G}=\frac{\bar{G}_1}{\bar{G}_2}$	$\Delta G=\frac{\bar{G}_1\cdot\Delta G_2+\bar{G}_2\cdot\Delta G_1}{\bar{G}^2}$	$\frac{\Delta G}{\bar{G}}=\frac{\Delta G_1}{\bar{G}_1}+\frac{\Delta G_2}{\bar{G}_2}$
$G=G_1^n$	$\bar{G}=(\bar{G}_1)^n$	$\Delta G=n\cdot\frac{\bar{G}}{\bar{G}_1}\cdot\Delta G_1$	$\frac{\Delta G}{\bar{G}}=n\cdot\frac{\Delta G_1}{\bar{G}_1}$
$G=\sqrt[n]{G_1}$	$\bar{G}=\sqrt[n]{\bar{G}_1}$	$\Delta G=\frac{1}{n}\cdot\frac{\bar{G}}{\bar{G}_1}\cdot\Delta G_1$	$\frac{\Delta G}{\bar{G}}=\frac{1}{n}\cdot\frac{\Delta G_1}{\bar{G}_1}$

L'accuratezza e la precisione nella misura di una grandezza

Precisione e accuratezza nella misura di una grandezza non sono sinonimi in quanto esprimono concetti diversi. La Precisione ci indica quanto le misure ottenute sono vicine tra loro cioè quanto sonno raggruppate. Questo, però, non significa che le varie misure trovate sono necessariamente vicine al valore atteso.

L'accuratezza, invece, è un indice del livello di vicinanza delle misure trovate rispetto al valore atteso. Riassumendo possiamo affermare che possono esserci:

- misure precise ma non accurate
- misure accurate ma non precise
- misure accurate e precise
- misure non accurate e non precise.

L'accuratezza δ indica quanto una misura $\bar{x}$ è vicina al valore atteso (**V.A.**) o valore ritenuto vero. La precisione ci dice qual è il grado di dispersione rispetto al valore medio della serie cui appartengono, cioè ci dice quanto vicini o quanto ripetibili sono i risultati trovati.

La precisione si identifica con un o dei molteplici indici di variabilità come:

- la semidispersione $e_m = \frac{x_{max} - x_{min}}{2}$

- la deviazione standard o scostamento quadratico medio

$$\sigma = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \cdots + (x_n - \bar{x})^2}{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n}}$$ per dati non raggruppati

$$\sigma = \sqrt{\frac{f_1 \cdot (x_1 - \overline{x})^2 + f_2 \cdot (x_2 - \overline{x})^2 + \cdots + f_n \cdot (x_n - \overline{x})^2}{f_1 + \cdots\cdots + f_n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} f_i \cdot (x_i - \overline{x})^2}{f_1 + \cdots\cdots L + f_n}}$$ per dati raggruppati

- lo scostamento semplice medio

$$\delta = \frac{|x_1 - \overline{x}| + |x_2 - \overline{x}| + L + |x_n - \overline{x}|}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} |x_i - \overline{x}|}{n}$$ per dati non raggruppati

$$\delta = \frac{f_1 \cdot |x_1 - \overline{x}| + f_2 \cdot |x_2 - \overline{x}| + \cdots + f_n \cdot |x_n - \overline{x}|}{f_1 + \cdots\cdots + f_n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} f_i \cdot |x_i - \overline{x}|}{f_1 + \cdots\cdots + f_n}$$ per dati raggruppati.

Il più semplice modo per valutare la precisione dei risultati è quello di trovare l'intervallo o range, ovvero la differenza tra i risultati più alti e quelli più bassi spesso intesi come una differenza dalla media aritmetica delle misure trovate.

Questo significa che la differenza tra i risultati più alti e quelli più bassi è sostituita dallo scostamento semplice medio $S_A = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{x})}{n}$ per dati non raggruppati.

Un modo migliore per segnalare la precisione dei risultati è quello di utilizzare la deviazione standard o scostamento quadratico medio.

Esercizio proposto dal docente

Voglio scegliere tra tre strumenti di misura economici di prezzo simile. Eseguo 6 misure dello stesso fenomeno con i tre strumenti A, B, C. Usando uno strumento di altissima precisione preso a noleggio so che il valore atteso dovrebbe essere **V.A. = 1231**

Ottengo i seguenti tre risultati:

Risultato dello strumento A: 1228, 1233, 1232, 1232, **1226**, **1241**

Risultato dello strumento B: 1242, **1244**, **1241**, 1241, 1242, 1242

Risultato dello strumento C: 1233, **1237**, 1234, 1232, **1231**, 1237

Calcolare la precisione e l'accuratezza (usare la semidispersione) per i tre strumenti.

● Quale dei tre è il più preciso? ● Quale dei tre è il più accurato? ● Quale dei tre sceglieresti? ● Posso usare la deviazione standard (scarto quadratico medio) per il calcolo della dispersione? Per quale motivo?

A: 1228, 1233, 1232, 1232, **1226**, **1241** $\quad (\mathbf{V.A.})_{A} = \mathbf{1231}$

$$e_{mA} = \frac{1241-1226}{2} = \frac{15}{2} = 7,5$$ semidispersione massima

$$\bar{A} = \frac{1228+1233+1232+1232+1226+1241}{6} = 123,1$$ media aritmetica

$\sigma_A = 5,1$ deviazione standard (scarto quadratico medio)

$\boldsymbol{\delta_A} = \bar{A} - V.A. = 123,1 - 123 = \mathbf{0,1}$ accuratezza

B: 1242, **1244**, **1241**, 1241, 1242, 1242

$$\mathbf{e_{mB}} = \frac{1244-1241}{2} = \frac{3}{2} = \mathbf{1,5}$$ semidispersione massima

$$\bar{B} = \frac{1242+1244+1241+1241+1242+1242}{6} = 1242$$ media aritmetica

$\sigma_B = 1,095 \approx 1,1$ deviazione standard (scarto quadratico medio)

$\boldsymbol{\delta_B} = \bar{B} - V.A. = 1242 - 1231 = \mathbf{1,1}$ accuratezza

C: 1233, **1237**, 1234, 1232, **1231**, 1237

$$\mathbf{e_{mC}} = \frac{1237-1231}{2} = \frac{6}{2} = \mathbf{3}$$ semidispersione massima

$\overline{C}=\frac{1233+1237+1234+1232+1231+1237}{6}=1234$ media aritmetica

$\sigma_C=2,529\approx 2,53$ deviazione standard (scarto quadratico medio)

$\boldsymbol{\delta}_C=\overline{C}-V.A.=1234-1231=\mathbf{3}$ accuratezza

Precisione

$\mathbf{e}_{mA}=\mathbf{3}$ $\mathbf{e}_{mB}=\mathbf{1,5}$ $\mathbf{e}_{mC}=\mathbf{3}$

Se utilizzo la semidispersione massina deduco che la seconda serie B di misurazioni è la più precisa

$\sigma_A=5,1$ $\sigma_B=1,095\approx 1,1$ $\sigma_C=2,529\approx 2,53$

Anche la deviazione standard dà lo stesso risultato.

Accuratezza

$\boldsymbol{\delta}_A=\mathbf{0,1}$ $\boldsymbol{\delta}_B=\mathbf{1,1}$ $\boldsymbol{\delta}_C=\mathbf{3}$

La prima serie A di misurazioni è la più accurata.

Conviene scegliere la prima serie A in quanto il risultato è più vicino al valore atteso.

Conviene scegliere la deviazione standard perché ci fornisce la minore dispersione.

Osservazione: **Lo scarto quadratico medio σ è più significativo della semidispersione e_m e per questo motivo nel calcolo dell'errore è preferibile alla semidispersione**.