Unità Didattica N° 3 Le inequazioni

Inequazioni razionali intere di primo grado ad una incognita

Sono inequazioni che possono essere ricondotte ad una delle seguenti forme :

$$ax > b \qquad ax < b$$

Per risolvere una inequazione di primo grado ridotta a forma canonica basta dividere ambo i membri per **a** , ricordando di cambiare il senso dell'inequazione se è $a < 0$.

Risoluzione

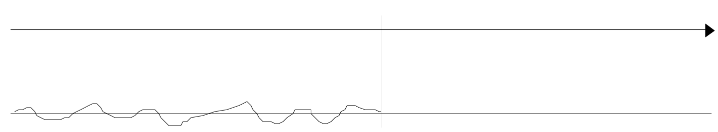
$$ax > b \quad \Rightarrow \quad x > \frac{b}{a} \ \text{ se } \ a > 0 \quad , \quad x < \frac{b}{a} \ \text{ se } \ a < 0$$

$$ax < b \quad \Rightarrow \quad x < \frac{b}{a} \ \text{ se } \ a > 0 \quad , \quad x > \frac{b}{a} \ \text{ se } \ a < 0$$

ESEMPI

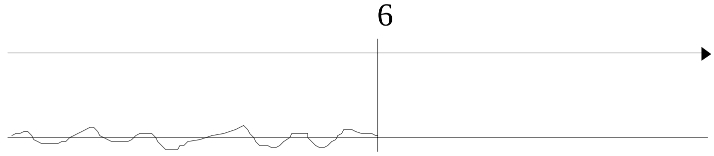
$$\frac{2-x}{4} - \frac{2+x}{2} > \frac{2x+7}{4} - \frac{2x+5}{3} \qquad \text{per} \qquad x < -1$$

$$6 - 3x - 12 - 6x > 6x + 21 - 8x - 20 \quad ; \quad -7x > 7 \quad , \ 7x < -7 \quad ; \quad x < -1$$



$$(x+1)^3 + 3x + 3 < x^3 + 3(x+1)(x-1) \qquad \text{per} \qquad x < -\frac{7}{6}$$

$$\cancel{x^3} + 3\cancel{x^2} + 3x + 1 + 3x + 3 < \cancel{x^3} + 3\cancel{x^2} - 3 \quad , \quad 6x < -7 \quad , \quad x < -\frac{7}{6}$$



Attraverso lo studio del segno di un binomio di primo grado è possibile risolvere inequazioni di grado superiore al primo . Naturalmente il primo membro dell'inequazione ridotta a orma canonica deve essere decomposto in fattori di primo grado .

IL **segno** del binomio di primo grado $ax + b$ coincide col segno di **a** alla destra dello zero del binomio . Questo significa che il segno del binomio di primo grado $ax + b$ coincide col segno di **a** per valori della x maggiori dello zero del binomio $ax + b$.

$-6x^3 + x^2 + 57x - 70 > 0$ $\quad (x - 2)(-3x + 5)(2x + 7) > 0$ per $x < -\dfrac{7}{2}$ e $\dfrac{5}{3} < x < 2$

Si calcolano gli **zeri** dei tre fattori di primo grado e si compila il seguente prospetto .

$x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$, $-3x + 5 = 0 \Rightarrow x = \dfrac{5}{3}$, $2x + 7 = 0 \Rightarrow x = -\dfrac{7}{2}$

x		$-\frac{7}{2}$		$\frac{5}{3}$		2	
$x - 2$	$-$		$-$		$-$	O	$+$
$-3x + 5$	$+$		$+$	O	$-$		$-$
$2x + 7$	$-$	O	$+$		$+$		$+$
$(x - 2)(-3x + 5)(2x + 7)$	$+$	O	$-$	O	$+$	O	$-$

$-2x^3 + 3x^2 + 29x + 30 < 0$ $\quad$ per $\quad -2 < x < -\dfrac{3}{2}$, $x > 5$

$2x^3 - 3x^2 - 29x - 30 > 0 \qquad (x + 2)(x - 5)(2x + 3) > 0$

x		-2		$-\frac{3}{2}$		5	
$x+2$	$-$	O	$+$		$+$		$+$
$x-5$	$-$		$-$		$-$	O	$+$
$2x+3$	$-$		$-$	O	$+$		$+$
$(x + 2)(x - 5)(2x + 3)$	$-$	O	$+$	O	$-$	O	$+$

Segno di un trinomio di secondo grado ad una incognita

Consideriamo un trinomio di secondo grado nella variabile **x**: $T(x) = ax^2 + bx + c$ **[5]**

con a , b , c numeri reali relativi costanti (cioè numeri dati indipendenti da x) ed $a \neq 0$.

Col simbolo $T(\alpha)$ intendiamo il numero che si ottiene quando nella [5] al posto della x poniamo α , cioè il valore numerico che assume il trinomio per $x = \alpha$.

Se poniamo : $\boxed{ax^2 + bx + c = 0}$ **[6]** otteniamo una equazione di secondo grado in **x** (detta **equazione associata al trinomio**) le cui radici x_1 ed x_2 si chiamano **zeri** del trinomio . Per convenzione poniamo $x_1 < x_2$.

$\Delta = b^2 - 4ac$ = DISCRIMINANTE del trinomio **[7]**

01) $\Delta > 0$: **il trinomio ammette due zeri reali e distinti**

$x_1 = \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$, $x_2 = \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$ se $a > 0$	$x_1 = \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$ $x_1 = \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$ se $a < 0$

02) $\Delta = 0$: **il trinomio ammette due zeri reali e coincidenti** $\boxed{x_1 = x_2 = -\dfrac{b}{2a}}$

03) $\Delta < 0$: **il trinomio ammette due zeri complessi e coniugati** , cioè il trinomio non si annulla mai $\forall\ x \in R$.

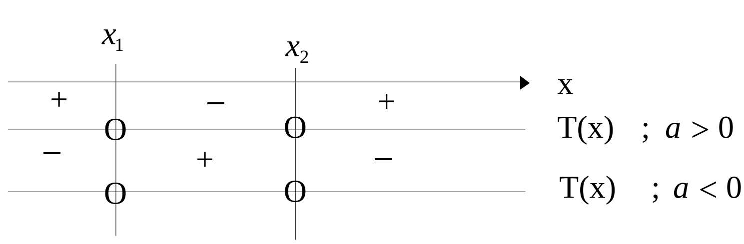
L'intervallo limitato ed aperto $]x_1, x_2[$ è detto **intervallo delle radici** .

Se $x \in]-\infty, x_1[\cup]x_2, +\infty[$ diciamo che la variabile x assume **valori esterni all'intervallo delle radici** . Dall'algebra sappiamo che : $\boxed{T(x) = a(x - x_1)(x - x_2)}$ **[8]**

Studiare il segno del trinomio significa stabilire per quali valori della variabile x esso assume valori positivi , negativi , nulli . Dobbiamo distinguere tre casi :

01) $\Delta > 0$ **Il trinomio assume lo stesso segno di a per valori della x esterni all'intervallo delle radici , segno opposto ad a per valori della x interni all'intervallo delle radici** ,

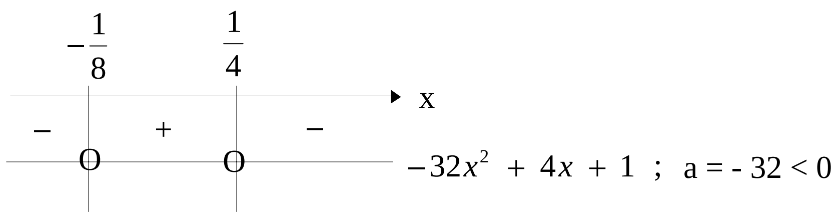
Sinteticamente possiamo scrivere :



ESEMPI

Studiare il segno del trinomio $T(x) = -32x^2 + 4x + 1$

L'equazione associata al trinomio è: $32x^2 - 4x - 1 = 0$, $x_1 = -\frac{1}{8}$, $x_2 = \frac{1}{4}$ (zeri del trinomio)



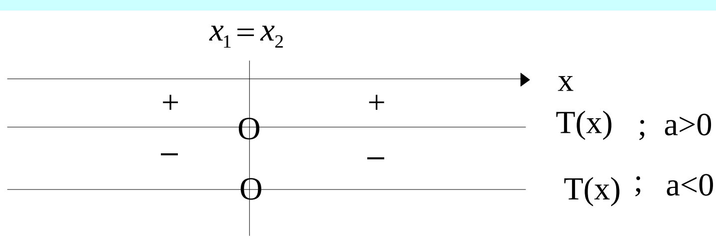
$T(x) > 0 \qquad \forall\, x \in \left]-\frac{1}{8}, \frac{1}{4}\right[$ (cioè per $-\frac{1}{8} < x < \frac{1}{4}$]

$T(x) < 0 \qquad \forall\, x \in \left]-\infty, -\frac{1}{8}\right[\cup \left]\frac{1}{4}, +\infty\right[$ (cioè per $x < -\frac{1}{8}$ ed $x > \frac{1}{4}$]

$T(x) = 0$ per $x = -\frac{1}{8}$ ed $x = \frac{1}{4}$

02) $\Delta = 0$: **il trinomio assume sempre lo stesso segno di a e si annulla per** $x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$

Quindi il segno di **T(x)** coincide col segno di **a** , tranne che per $x = x_1$ in corrispondenza del quale il trinomio si annulla .

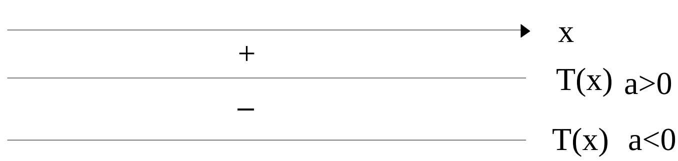


Studiare il segno del trinomio $T(x) = -4x^2 + 12x - 9 = 0$

$$\Delta = 0 \ , \ a = -4 < 0 \ , \ x_1 = x_2 = \frac{3}{2}$$

$T(x) > 0 \quad \forall\, x \in \varnothing$, $T(x) < 0 \quad \forall\, x \neq \frac{3}{2}$, $T(x) = 0$ per $x = \frac{3}{2}$

03) $\Delta < 0$ **Il trinomio assume sempre lo stesso segno di a** .



Studiare il segno del trinomio $T(x) = 4x^2 - 12x + 1$

$\Delta < 0 \quad , \quad a > 0 \quad , \quad T(x) > 0 \quad \forall\ x \in R \quad , \quad T(x) \leq 0 \quad \forall\ x \in \varnothing$

Inequazioni razionali intere di secondo grado

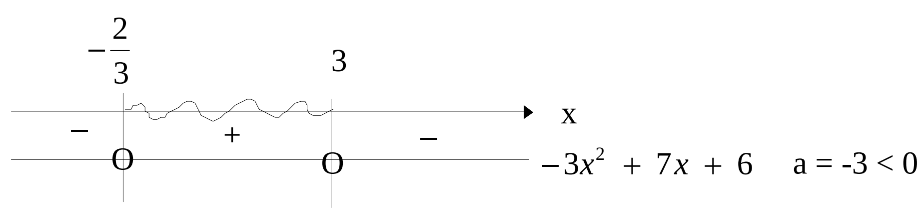
Sono inequazioni riconducibili ad una delle due seguenti forme :

$$ax^2 + bx + c > 0 \qquad ax^2 + bx + c < 0$$

Per risolvere una inequazione di secondo grado ad una incognita ridotta a forma canonica basta ricordare le proprietà del segno del trinomio .

$$-3x^2 + 7x + 6 > 0 \qquad \forall\ x \in \left]-\frac{2}{3},3\right[\quad \left(-\frac{2}{3} < x < 3\right)$$

$$3x^2 - 7x - 6 = 0 \ ,\ x_1 = -\frac{2}{3} \ ,\ x_2 = 3$$



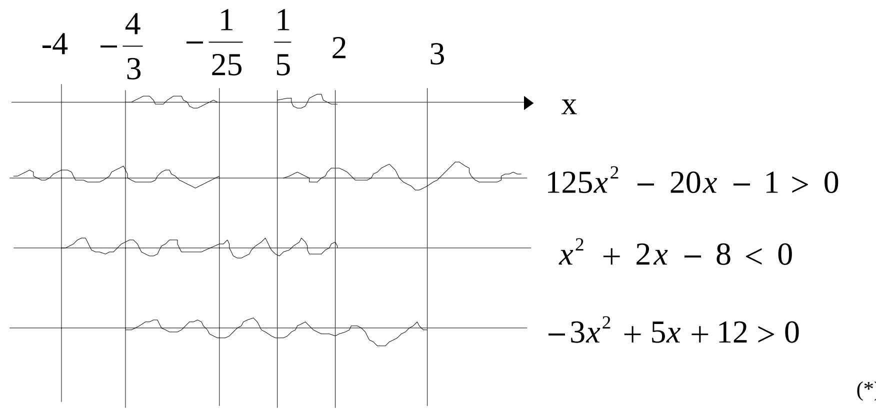
Sistemi di inequazioni in una incognita

Dicesi **sistema di inequazioni in una incognita** l ' insieme di due o più incognite di cui vogliamo trovare , quando esistono , le soluzioni comuni . Un sistema di inequazioni dicesi **possibile** se ammette soluzioni , **impossibile** se non ammette soluzioni . In quest ' ultimo caso le inequazioni che compongono il sistema sono fra loro **incompatibili** .

Per risolvere un sistema di inequazioni si procede come segue :

- si trovano le soluzioni di tutte le inequazioni che compongono il sistema . Come sappiamo tali soluzioni sono intervalli numerici
- L ' intervallo o gli intervalli numerici comuni a tutti gli intervalli precedentemente trovati sono le soluzioni del sistema .

$$\begin{cases} 125x^2 - 20x - 1 > 0 & per \quad x < -\dfrac{1}{25} \ e \ x > \dfrac{1}{5} \\ x^2 + 2x - 8 < 0 & per \quad -4 < x < 2 \\ -3x^2 + 5x + 12 > 0 & per \quad -\dfrac{4}{3} < x < 3 \end{cases}$$



Il sistema dato è verificato per $-\frac{4}{3} < x < -\frac{1}{25}$ e $\frac{1}{5} < x < 2$ cioè $\forall x \in \left]-\frac{4}{3}, -\frac{1}{25}\right[\cup \left]\frac{1}{5}, 2\right[$

Inequazioni razionali fratte ad una incognita

Sono inequazioni che possono essere ricondotte ad una delle due seguenti forme :

[1] $\boxed{\frac{A(x)}{B(x)} > 0}$ $\boxed{\frac{A(x)}{B(x)} < 0}$ **[2]** con $A(x)$ e $B(x)$ polinomi in x .

Per risolvere queste inequazioni bisogna scartare i valori della x che annullano il denominatore $B(x)$, cioè bisogna porre : $B(x) \neq 0$.

Le soluzioni dell'inequazione $\frac{A(x)}{B(x)} > 0$ coincidono con le soluzioni dei due seguenti sistemi :

$$\begin{cases} A(x) > 0 \\ B(x) > 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} A(x) < 0 \\ B(x) < 0 \end{cases}$$

Le soluzioni dell'inequazione $\frac{A(x)}{B(x)} < 0$ coincidono con le soluzioni dei due seguenti sistemi :

$$\begin{cases} A(x) > 0 \\ B(x) < 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} A(x) < 0 \\ B(x) > 0 \end{cases}$$

(*) Gli intervalli soluzioni delle singole inequazioni vengono messi in evidenza mediante serpentine . Le serpentine disegnate sull ' asse orientato ci dicono quali sono le soluzioni del sistema dato .

Nella pratica , però , conviene risolvere una inequazione frazionaria attraverso lo studio del segno dei **fattori di primo e di secondo grado** in cui possono essere decomposti i polinomi **A(x)** e **B(x)** .

I seguenti esempi serviranno a chiarire quanto detto .

$$\boxed{\frac{2(7-x)(3x^2+4x-15)}{3(-2x^2+3x+2)} > 0} \qquad \text{per } -3 < x < -\frac{1}{2} \quad , \frac{5}{3} < x < 2 \quad , x > 7$$

$$7 - x = 0 \;\Rightarrow\; x = 7 \;,\; 3x^2 + 4x - 15 = 0 \;\Rightarrow\; x = -3 \quad x = \frac{5}{3}$$

$$-2x^2 + 3x + 2 = 0 \;\Rightarrow\; x = -\frac{1}{2} \quad , \quad x = 2$$

		-3		$-\frac{1}{2}$		$\frac{5}{3}$		2		7		x
	+		+		+		+		+	0		$7-x$
	+	0	−		−	0	+		+		+	$3x^2+4x-15$
	−		−	0	+		+	0	−		−	$-2x^2+3x+2$
	−	0	+	∞	−	0	+	∞	−	0	+	$\frac{2(7-x)(3x^2+4x-15)}{3(-2x^2+3x+2)}$

Inequazioni con valori assoluti

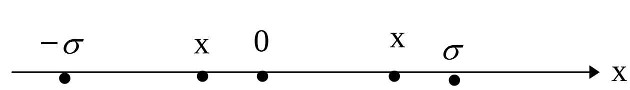
Le inequazioni con valori assoluti si risolvono ricordando che :

$$|x| = \begin{cases} x & se \quad x > 0 \\ 0 & se \quad x = 0 \\ -x & se \quad x > 0 \end{cases} \qquad\qquad |f(x)| = \begin{cases} f(x) & se \quad f(x) > 0 \\ 0 & se \quad f(x) = 0 \\ -f(x) & se \quad f(x) > 0 \end{cases}$$

$$|x| = \pm x \text{ se } x > 0 \qquad , \qquad |f(x)| = \pm f(x) \quad \text{se} \quad f(x) > 0$$

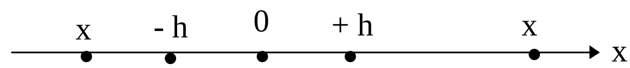
Particolarmente importanti , soprattutto in analisi matematica , sono le seguenti inequazioni con valori assoluti :

- $\left.\begin{matrix} |x| < \sigma \\ \sigma > 0 \end{matrix}\right\} \;\Leftrightarrow\; -\sigma < x < \sigma$



- $\left.\begin{array}{r}|f(x)| < \varepsilon \\ \varepsilon > 0\end{array}\right\} \Leftrightarrow -\varepsilon < f(x) < +\varepsilon \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) < +\varepsilon \\ f(x) > -\varepsilon \end{cases}$

- $\left.\begin{array}{r}|x| > h \\ h > 0\end{array}\right\} \Leftrightarrow x < -h \wedge x > h$



- $\left.\begin{array}{r}|f(x)| > k \\ k > 0\end{array}\right\} \Leftrightarrow f(x) < -k \wedge f(x) > k$

- $\left.\begin{array}{r}|x - c| < \delta \\ \delta > 0\end{array}\right\} \Leftrightarrow -\delta < x - c < \delta \Leftrightarrow c - \delta < x < c + \delta$

- $|f(x) - c| < \delta \in R^+ \Leftrightarrow -\delta < f(x) - c < \delta \Leftrightarrow c - \delta < f(x) < c + \delta$

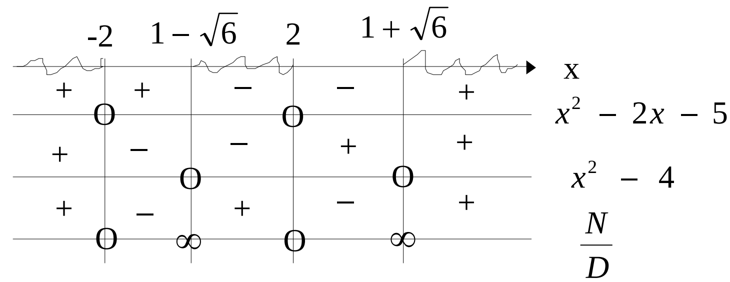
ESEMPI

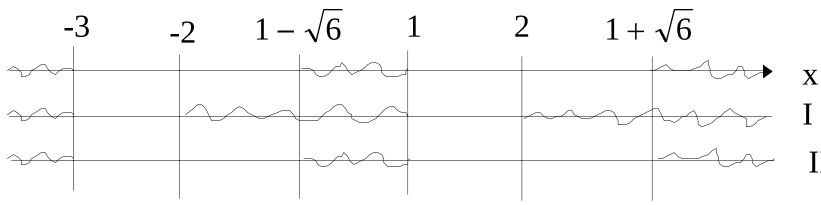
$\boxed{\left|\frac{2x+1}{x^2-4}\right| < 1}$ per $x < -3$, $1 - \sqrt{6} < x < 1$, $x > 1 + \sqrt{6}$

$$-1 < \frac{2x+1}{x^2-4} < 1 \quad , \quad \begin{cases} \dfrac{2x+1}{x^2-4} > -1 \\ \dfrac{2x+1}{x^2-4} < 1 \end{cases}$$

$$\begin{array}{ll} I & \\ II & \end{array} \begin{cases} \dfrac{x^2+2x-3}{x^2-4} > 0 \quad per \quad x < -3 , -2 < x < 1 , x > 2 \\ \dfrac{x^2-2x-5}{x^2-4} > 0 \quad per \quad x < -2 , 1 - \sqrt{6} < x < 2 , x > 1 + \sqrt{6} \end{cases}$$

		-3		-2		1		2		x
	+	O	−		−	O	+		+	$x^2 + 2x - 3$
	+		+	O	−		−	O	+	$x^2 - 4$
	+	O	−	∞	+	O	−	∞	+	$\frac{N}{D}$





$\boxed{\dfrac{|x| - 3}{x + 1} < x - 1}$ per $x > -1$

Per $\boxed{x \geq 0}$ l'inequazione diventa : $\dfrac{x - 3}{x + 1} < x - 1$, $\dfrac{x^2 - x + 2}{x + 1} > 0$ per $\boxed{x \geq 0}$

in quanto : $x^2 - x + 2 > 0 \quad \forall\, x \in R$

Per $\boxed{x < 0}$ l'inequazione diventa : $\dfrac{-x - 3}{x + 1} < x - 1$, $\dfrac{x^2 + x + 2}{x + 1} > 0$ per $-1 < x < 0$

in quanto : $x^2 + x + 2 > 0 \quad \forall\, x \in R$

Inequazione biquadratica

E’ una inequazione riconducibile ad una delle due seguenti forme :

$$ax^4 + bx^2 + c > 0 \qquad ax^4 + bx^2 + c < 0$$

Si risolve decomponendo in fattori di secondo grado il trinomio $ax^4 + bx^2 + c$ e studiando il segno dei singoli fattori .

$\boxed{9x^4 - 106x^2 + 225 < 0}$ per : $-3 < x < -\dfrac{5}{3}$, $\dfrac{5}{3} < x < 3$

$$9x^4 - 106x^2 + 225 = 0 \ , \ x^2 = \frac{53 \pm \sqrt{2809 - 2025}}{9} = \frac{53 \pm 28}{9} \ , \ x^2 = \frac{25}{9} \ , \ x^2 = 9$$

$$9x^4 - 106x^2 + 225 = 9\left(x^2 - \frac{25}{9}\right)\left(x^2 - 9\right) = \left(9x^2 - 25\right)\left(x^2 - 9\right)$$

L’inequazione proposta può essere scritta nella seguente maniera : $\left(9x^2 - 25\right)\left(x^2 - 9\right) < 0$

x		-3		$-\frac{5}{3}$		$\frac{5}{3}$		3	
$9x^2 - 25$	+		+	O	−	O	+		+
$x^2 - 9$	+	O	−		−		−	O	+
$\left(9x^2 - 25\right)\left(x^2 - 9\right)$	+	O	−	O	+	O	−	O	+

Inequazioni irrazionali

Una inequazione si dice **irrazionale** quando in essa l’incognita figura almeno una volta sotto il segno di radice . In generale , la risoluzione di una inequazione irrazionale presenta notevoli difficoltà .

Noi ci limiteremo alla risoluzione di alcuni tipi di inequazioni irrazionali .

Indichiamo con $A(x)$ e $B(x)$ due polinomi in x .

- Inequazioni irrazionali del tipo : $A(x) > \sqrt{B(x)}$ [1]

L ’ inequazione [1] è **equivalente** al sistema :

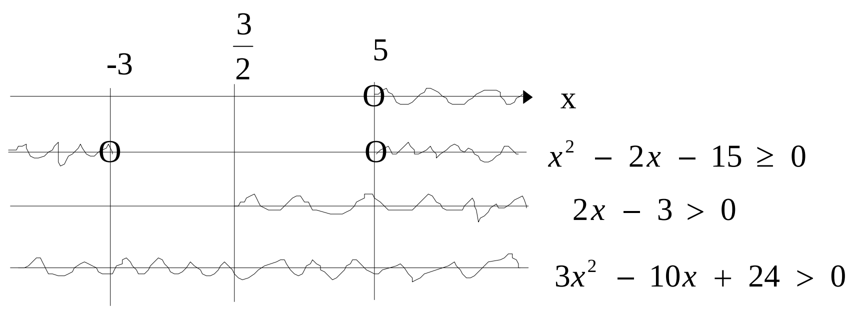
$$\begin{cases} B(x) \geq 0 & \text{Condizione di realtà} \\ A(x) > 0 & \text{Condizione di positività} \\ [A(x)]^2 > B(x) & \end{cases} \qquad [5]$$

cioè le soluzioni dell ’ inequazione [1] coincidono con quelle del sistema [5] .

ESEMPI

$\boxed{2x - 3 > \sqrt{x^2 - 2x - 15}}$ per $x \geq 5$

$$\begin{cases} x^2 - 2x - 15 \geq 0 \\ 2x - 3 > 0 \\ (2x - 3)^2 > x^2 - 2x - 15 \end{cases} \qquad \begin{cases} x^2 - 2x - 15 \geq 0 & per \quad x \leq -3 \ , \ x \geq 5 \\ 2x - 3 > 0 & per \quad x > \dfrac{3}{2} \\ 3x^2 - 10x + 24 > 0 & \forall \ x \in R \end{cases}$$



- L 'inequazione irrazionale del tipo : $\boxed{\sqrt{A(x)} > \sqrt{B(x)}}$ [6] è equivalente al sistema :

$$\begin{cases} B(x) \geq 0 \\ A(x) > 0 \\ A(x) > B(x) \end{cases} \qquad [7]$$

ESEMPI

$\boxed{\sqrt{x^2 + 4x - 5} > \sqrt{(x + 7)(x - 3)}}$ per : $x \leq -7$, $x \geq 3$

$$\begin{cases} (x + 7)(x - 3) \geq 0 \\ x^2 + 4x - 5 > 0 \\ x^2 + 4x - 5 > (x + 7)(x - 3) \end{cases} \qquad \begin{cases} x^2 + 4x - 21 \geq 0 & per \ x \leq -7 \ , \ x \geq 3 \\ x^2 + 4x - 5 > 0 & per \ x < -5 \ , \ x > 1 \\ 16 > 0 & \forall \ x \in R \end{cases}$$

- L' inequazione irrazionale del tipo : $\boxed{A(x) < \sqrt{B(x)}}$ [8] è equivalente ai due seguenti sistemi : [9]

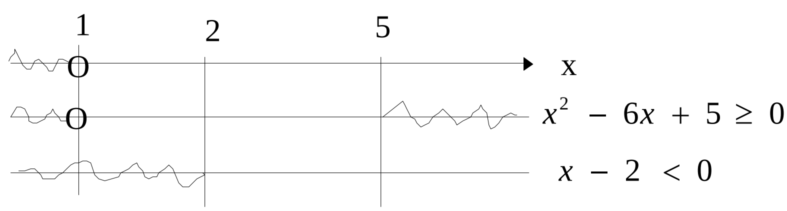
$$\begin{cases} B(x) \geq 0 \\ A(x) < 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} A(x) \geq 0 \\ B(x) > 0 \\ [A(x)]^2 < B(x) \end{cases} \qquad [10]$$

Nel sistema [10] possiamo trascurare l ' inequazione $B(x) > 0$ in quanto essa è suvvalente all'inequazione $[A(x)]^2 < B(x)$. Quindi le soluzioni dell ' inequazione [8] coincidono con quelle dei due seguenti sistemi :

[9] $\begin{cases} B(x) \geq 0 \\ A(x) < 0 \end{cases}$ $\begin{cases} A(x) \geq 0 \\ [A(x)]^2 < B(x) \end{cases}$ [11]

$\boxed{x - 2 < \sqrt{x^2 - 6x + 5}}$ per : $x \leq 1$

$\begin{cases} x^2 - 6x + 5 \geq 0 & per \quad x \leq 1 \ , \ x \geq 5 \\ x - 2 < 0 & per \quad x < 2 \end{cases}$ Il sistema è verificato per $x \leq 1$



$\begin{cases} x - 2 \geq 0 \\ (x - 2)^2 < x^2 - 6x + 5 \end{cases}$ $\begin{cases} x - 2 \geq 0 & per \quad x \geq 2 \\ 2x - 1 < 0 & per \quad x < \dfrac{1}{2} \end{cases}$

Questo secondo sistema non ammette soluzioni .

- Altre inequazioni irrazionali

$x + 4 > \sqrt[3]{x^3 + 15x + 46}$ per $x < -2 \ , \ x > -\dfrac{3}{4}$

$$(x + 4)^3 > x^3 + 15x + 46 \quad , \quad x^3 + 12x^2 + 48x + 64 > x^3 + 15x + 46$$

$$12x^2 + 33x + 18 > 0 \quad , \quad 4x^2 + 11x + 6 > 0 \quad \text{per} \quad x < -2 \ , \ x > -\frac{3}{4}$$

- Inequazioni irrazionali del tipo :

$$\sqrt{A(x)} + \sqrt{B(x)} > \sqrt{C(x)} \qquad \sqrt{A(x)} + \sqrt{B(x)} < \sqrt{C(x)}$$

ESEMPI

$\sqrt{x - 2} + \sqrt{x + 2} > \sqrt{x + 1}$ per : $x \geq 2$

Imponiamo , innanzitutto , la condizione di realtà : $\begin{cases} x - 2 \geq 0 & per \quad x \geq 2 \\ x + 2 \geq 0 & per \quad x \geq -2 \\ x + 1 \geq 0 & per \quad x \geq -1 \end{cases}$

I tre radicali sono reali se : $x \geq 2$. Essendo ambo i membri dell'inequazione positivi , possiamo elevare al quadrato ottenendo :

$$x - 2 + \cancel{x} + 2 + 2\sqrt{x^2 - 4} > \cancel{x} + 1 \ , \quad 1 - x < 2\sqrt{x^2 - 4}$$

Questa inequazione irrazionale , tenendo presente la condizione di realtà , equivale ai due seguenti sistemi :

$$\begin{cases} x^2 - 4 \geq 0 & per \quad x \leq -2 \, , x \geq 2 \\ 1 - x < 0 & per \quad x > 1 \end{cases}$$ Questo sistema è verificato per $x \geq 2$

$$\begin{cases} 1 - x \geq 0 \\ (1 - x)^2 < 4(x^2 - 4) \end{cases}$$ Questo sistema non ammette soluzioni

Equazioni contenenti valori assoluti dell'incognita

• Le equazioni con moduli si risolvono ricordando che :

$$|f(x)| = \begin{cases} f(x) & se \quad f(x) > 0 \\ 0 & se \quad f(x) = 0 \\ -f(x) & se \quad f(x) < 0 \end{cases}$$

Otteniamo , in ogni singolo intervallo parziale , una equazione senza valori assoluti ma con delle limitazioni per l ' incognita .

• Nella risoluzione di una equazione con moduli possono essere utili le seguenti equivalenze :

$$\boxed{|f(x)| = k \in R^+ \quad \Leftrightarrow \quad f(x) = \pm k}$$

L'equazione $|f(x)| = k \in R^-$ non ammette radici reali

$$|f(x)| = |g(x)| \quad \Leftrightarrow \quad f(x) = \pm g(x)$$

$$|f(x)| = g(x) \quad \not\Leftrightarrow \quad f(x) = \pm g(x)$$

$$\begin{cases} |f(x)| = g(x) \\ g(x) \geq 0 \end{cases} \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} f(x) = \pm g(x) \\ g(x) \geq 0 \end{cases}$$

L'equazione $\begin{cases} |f(x)| = g(x) \\ g(x) < 0 \end{cases}$ non ammette radici reali , in quanto il numero positivo $|f(x)|$ non può mai essere uguale al numero negativo $g(x) < 0$.

ESEMPI

$$2\left|x^2 - 3x + 2\right| - x = 3\left|x^2 + x\right|$$

		-1		0		1		2		x
$x^2 - 3x + 2$	+		+		+	0	−	0	+	
$x^2 + x$	+	0	−	0	+		+		+	

$\boxed{x < -1 \ , \ 0 < x < 1 \ , \ x > 2}$ $\quad 2x^2 - 6x + 4 - x = 3x^2 + 3x \ , \quad x^2 + 10x - 4 = 0$

$x = -5 \pm \sqrt{25 + 4} \ , \ x_1 = -5 - \sqrt{29}$ (R.A.) $x_2 = -5 + \sqrt{29}$

$\boxed{-1 < x < 0}$ $\quad 2x^2 - 6x + 4 - x = -3x^2 - 3x \ , \ 5x^2 - 4x + 4 = 0$

Questa equazione non ammette radici reali

$\boxed{1 < x < 2}$ $\quad -2x^2 + 6x - 4 + x = 3x^2 + 3x \ , \quad 5x^2 - 2x + 4 = 0$

Questa equazione non ammette radici reali

Principali proprietà dei moduli

$$|a + b + c + \cdots\cdots| \leq |a| + |b| + |c| + \cdots\cdots$$

il segno di uguaglianza vale quando **a , b , c ,...** sono **concordi** .

$$|a - b| \geq |a| - |b|$$

il segno di uguaglianza vale quando **a , b** sono **concordi** ed il **modulo** di **a** è maggiore del modulo di **b** .

$$|a \cdot b \cdot c \cdots\cdot| = |a| \cdot |b| \cdot |c| \cdots\cdot \qquad \left|\frac{a}{b}\right| = \frac{|a|}{|b|} \qquad |-x| = |x|$$