Bombelli : pioniere dell'algebra simbolica

Ricerca condotta dagli alunni

Dario Ambrosone Giuseppe Di Bella Generoso Coscia
Emanuel Romano Italo De Falco
Coordinati dal docente Salvatore Amico

Illustre algebrista e rinomato ingegnere idraulico , Raffaele Bombelli nasce (1526) e muore (1573) a Bologna .

Il padre apparteneva una famiglia abbastanza influente nell'ambiente politico bolognese di fine '400- inizio '500 ed era vicina alle posizioni della famiglia Bentivoglio, i signori di Bologna; la famiglia fu però costretta all'esilio quando papa Giulio II prese possesso della città, cacciando i Bentivoglio; ma nonostante ciò, tanto Antonio, quanto il figlio Rafael dopo alcuni anni poterono ritornare a Bologna, dove trascorsero tranquillamente le loro vite. Non si sa quale fu la formazione del giovane Rafael, ma si sa per certo che non ricevette una educazione universitaria. Fu piuttosto l'architetto Pier Francesco Clementi ad avviare il giovane allo studio della matematica e dell'ingegneria, ed è probabilmente seguendo le ombre del maestro che Bombelli intraprenderà la carriera di ingegnere.

Raffaele Bomnbelli

Insigne matematico e valente ingegnere. Studio le equazioni algebriche e si occupò di questioni geometriche . Introdusse per primo il concetto di numero complesso .
Nel 1569 scrisse un grande trattato di matematica denominato Algebra .

Raffaele Bombelli (1526-1572)

Fra le opere algebriche che videro la luce durante il glorioso Cinquecento e che segnarono un ulteriore avanzamento rispetto ai risultati conseguiti ,dobbiamo annoverare l'"Algebra" di Raffaele Bombelli . Per scrivere il suo trattato il Bombelli si giovò dei lavori anteriori che egli citò con grande onestà .

Il matematico arabo Mohammed ibn Musa gli fu utile perché gli mise a disposizione i dati necessari a stabilire l'etimologia della parola " algebra " . Utilizzò le opere ed i risultati ottenuti dai matematici italiani Luca Pacioli , Niccolò Tartaglia , Gerolamo Cardano e Ludovico Ferrari , dal matematico tedesco Stiefel e dal matematico greco Diofanto .

L'algebra di Bombelli ha pregi singolari , che la distinguono da ogni altro trattato dell'epoca . La disposizione e l'ordine della materia , i procedimenti costruttivi e dimostrativi in essa seguiti rappresentano un notevole passo verso l'aritmetizzazione della matematica .

L'opera del Bombelli si distingue dalle precedenti

a) per aver posto a base di tutte le teorie algebriche una sistemazione logica della teoria dei numeri

b) per aver introdotto i numeri complessi e le regole che li governano

c) per aver trovato il metodo adatto a ritrovare le radici reali dell'equazione cubica nel caso irriducibile

d) per aver illustrato in maniera originale e completa la discussione delle equazioni biquadratiche

e) per aver analizzato e divulgato i problemi di analisi indeterminata stuadiati da Diofanto ed ignorati dai matematici successivi

Dei tre libri , nei quali è divisa l'Algebra del Bombelli , il primo è interamente dedicato al calcolo con potenze e radici .

Le radici vengono dal Bombelli designate con la lettera R , seguita delle lettere q o c per distinguere la radice quadratica da quella cubica . Per l'operazione di moltiplicazione si serve della parola " via " o della parola " per " . Così , perquella che noi oggi indichiamo con la scrittura $\sqrt{31} \cdot \sqrt{13} = \sqrt{403}$ **, il Bombelli utilizza la seguente scrittura :** $R \cdot q \cdot 31 \; via \; R \cdot q \cdot 13 : fa \; R \cdot q \cdot 403$

Nelle ultime pagine del primo libro il Bombelli fa compiere all'algebra un mirabile balzo in avanti,assurgendo al livello di creatore del calcolo con numeri complessi . A tale scopo introduce le locuzioni " più di meno " e " meno di meno " per indicare le unità immaginarie " i" e "-i" , che abbrevia nelle scritture "pdm" e "mdm" . All'introduzione di questi nuovi simboli il Bombelli fa seguire la enunciazione assiomatica delle leggi del calcolo con una sicurezza che dopo di lui non si riscontra se non in tempi a noi vicini . In particolare ha osservato che la somma di un numero reale e di un numero immaginario genera un nuovo numero , il numero complesso .

Così egli si procura i mezzi per spiegare come , nel caso irriducibile , una quantità reale possa presentarsi sotto forma immaginaria . L'equazione $x^3 - 15x - 4 = 0$, caratterizzata dal caso irriducibile , è risolta da Bombelli nella seguente maniera : $x = \sqrt[3]{2+11i} + \sqrt[3]{2+11i} = \sqrt[3]{(2-i)^3} + \sqrt[3]{(2-i)^3} = (2+i) + (2-i) = 4$

Un n umero reale può essere generato da due numeri complessi se questi sono coniugati .

A partire dal II libro Bombelli tratta la teoria e la risoluzione delle equazioni algebriche , invece di usare la parola " cosa " per indicare una incognita, si serve della parola " tanto " o " quantità " . Similmente , il quadrato dell'incognita , prima indicato con la parola " censo " ora è detto potenza , a cui seguono " cubo " e " potenza di potenza " .

Il simbolismo utilizzato da Bombelli consente all'algebra il lento ma inesorabile passaggio dalla condizione sincopata a quella simbolica .

Bombelli considera esclusivamente equazioni a coefficienti positivi, il che ha per conseguenza la necessità di considerare un numero di casi che va rapidamente crescendo col grado delle equazioni considerate .

Per le equazioni di secondo grado considera le tre seguenti forme classiche : $x^2 + px = q$, $x^2 = px + q$, $x^2 + q = px$

per quelle di terzo grado analizza le sei seguenti equazioni :

$$x^3 + px = q \quad , \quad x^3 = px + q \quad , \quad x^3 + q = px$$

$$x^3 + px^2 = q \quad , \quad x^3 = px^2 + q \quad , \quad x^3 + q = px^2$$

Col III libro si chiude la parte prettamente algebrica dell'opera bombelliana , l'unica che egli considerò abbastanza perfetta per potere essere data alla stampa . Il resto è diviso in due libri e consta di un grande numero di problemi geometrici . Benché questa materia si trovi in un primitivo stadio di elaborazione , essa presenta già le caratteristiche di un'opera che precorre i suoi tempi,anticipando di un secolo quanto sarà trattato in maniera completa nella geometria analitca di Cartesio e Fermat . Nei libri IV e V dell'algebra di Bombelli non mancano esempi suggestivi della rappresentazione di un punto mediante una coppia di coordinate ortogonali . Si intravede il passaggio dall'algebra geometrica alla geometria analitica . La scoperta della risoluzione generale delle equazioni cubiche e la relativa facilità e speditezza con cui i metodi propri a tale risoluzione si adattarono alle equazioni di quarto grado, fecero nascere la speranza di vedere presto risolte le equazioni dei gradi superiori . Invece per quasi tre secoli gli ingegni più eletti si affaticarono indarno attorno a quel problema . La soluzione fu infine data dal modenese Paolo Ruffini , nel 1799,e fu del tutto contraria alla comune aspettativa , poiché egli dimostrò impossibile la risoluzione algebrica delle equazioni generali di grado superiore al quarto . A conclusione di questo articolo esaminiamo uno dei tanti problemi risolti da Bombelli, che anticipa il lavoro di molti matematici nel campo delle frazioni continue e della soluzione approssimata delle equazioni.

Vogliamo calcolare il valore approssimato di $\sqrt{13}$ con un procedimento che ci permetta di stabilire il numero di cifre decimali che ci interessano. Sappiamo per certo che il quadrato perfetto che più si avvicina a 13 è 9, la cui radice è 3. Per questo possiamo scrivere che $\sqrt{13} = 3 + x$.

Eleviamo ambo i membri al quadrato:

$$13 = x^2 + 6x + 9$$
$$x^2 + 6x = 4$$
$$x(x+6) = 4$$
$$x(6+x) = 4$$
$$x = \frac{4}{6+x}$$

Dunque, sappiamo che $x = \frac{4}{6+x}$. Se imponiamo che la x del secondo membro sia 0, abbiamo che $x = \frac{2}{3} = 0.\overline{6}$. Ma se andiamo a sostituire nella stessa equazione al secondo membro il valore di x, cioè tutto il secondo membro, abbiamo che

$$x = \frac{4}{6 + \frac{4}{6+x}}.$$

Imponiamo di nuovo che la x al secondo membro sia 0, e otteniamo $x = \frac{3}{5} = 0.60$.

Possiamo ripetere questo procedimento all'infinito, ottenendo vari numeri come soluzione ($\frac{20}{33};\frac{66}{109};\frac{720}{1189}$ eccetera), ognuno dei quali è sempre più vicino al vero valore della parte decimale di $\sqrt{13}$. Se, ad esempio, calcoliamo la frazione sostituendo 10 volte, avremo $\frac{85674}{1411481}=0.605551275436$, che paragonato col vero valore della parte decimale di $\sqrt{13}=3.605551275464$, ci mostra come siano 11 le cifre esatte.
Questo ci permette di calcolare il valore di $\sqrt{13}$ con quanta precisione si vuole.